

Томский государственный университет
Механико-математический факультет

**Научная конференция
студентов и школьников,
посвященная 65-летию
механико-математического факультета**

Сборник конференции

22 – 25 апреля 2013 года

Томск – 2013

Редакционная коллегия
доцент В.Н. Берцун
доцент Н.Н. Богословский

Научная конференция студентов и школьников, посвященная 65-летию механико-математического факультета: Сборник конференции (Томск, 22 – 25 апреля 2013 г.)
– Томск: Томский государственный университет, 2013 г.
- 98 с.

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ «АЛГЕБРА»

Горбунов Е.С. Применение автоморфизмов кольца целочисленных матриц для построения криптосистем	9
Ивашкина К.С. О тождествах якоби в ассоциативных алгебрах .	10
Ковалёва Т.Л. Применение внутреннего автоморфизма в кольце целочисленных модулярных матриц для построения криптосистемы	11
Норбосамбуев Ц.Д. Нильрадикал и первичный радикал колец эндоморфизмов абелевых r -групп	12
Разина А.В. Относительные голоморфы свободных абелевых групп.....	13

СЕКЦИЯ «ГЕОМЕТРИЯ»

Гомбоев Э.Д. Построение плоского профиля дисковой фрезы, обрабатывающей деталь передаточного механизма.....	15
Девятковская О.А. Графические построения циклоидальных кривых в пакете mathcad	16
Игнатенко А.С. Плоско-направляющий механизм и его моделирование в среде maple.....	16
Камчатный С.А. Геометрические аспекты моделирования обработки деталей передаточного механизма.....	17
Чирикова Е.О. Построение из развертки куба	18
Иткулова И.В. Два способа параметризации циклоидальных кривых.....	19
Самылкина О.А. Раскрой сетеполотна для осесимметричного рефлектора.....	20
Щёголева А.А. Геометрическое моделирование конического передаточного механизма с эксцентриково-циклоидальным зацеплением	21

СЕКЦИЯ «ГИДРОМЕХАНИКА»

Фридман О.Э. Деформация полой сферы	22
Уколов А. В. , Мирошниченко И. В. Мирошниченко использование методов молекулярной физики для исследования сопротивления наноразмерных частиц	23
Гетманов А.А. Нестационарные режимы естественной конвекции тепловыделяющей жидкости в замкнутой полости ...	24
Малоземов А.В. Моделирование течения многофазных потоков	25
Малоземов А.В., Шерстобитов А.А. Упругая деформация элемента при контакте с абсолютно жестким телом	26
Малоземов А.В. Моделирование деформации стержня.....	27
Мирошниченко И.В., Уколов А.В. Численный анализ естественной конвекции на неравномерной сетке.....	28
Тарасов Е.А. Бубенчиков М.А. Итерационно-разностная технология решения уравнений гидродинамики	29
Шерстобитов А.А., Малоземов А.В. Математическая модель работы системы передачи движения.....	30
СЕКЦИЯ « МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ »	
Прядухин И.Ю. Пределы суммы и сумма Пределов последовательностей	32
Дьяченко Ю.В. Иррациональность числа e^r , $r > 0$	33
Головина Н.П. Метаморфозы с функцией Дирихле.....	34
СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ»	
Абеляшев Д.Г. Математическое моделирование Процессов очистки водной среды с использованием модификации моделей Герберта и Стритера-Фелпса	35
Автомонов Е.В. Способы вычисления числа π	36

Амшарюк Е.И. Кластеризация цифровых изображений методом Forel	37
Анциферова Е.В. Приближение кривых сложной формы весовыми кубическими сплайнами	38
Булах П.А. Алгоритмы нахождения числа π	39
Вобликова К.Е. Математическое моделирование трофических отношений в системе типа «хищник – жертва»	40
Дербышев П. А. Численное решение обратной задачи сопряженного теплообмена	41
Дериглазова И.А. Построение разностной схемы с использованием монотонного кубического сплайна с весовыми коэффициентами	42
Ерин С.И. Усвоение спутниковых данных ASCAT с помощью фильтра Калмана	43
Иванов В.Г. Сравнительный анализ некоторых численных методов решения уравнений Навье–Стокса	45
Ивашенко А.О. Музыка цифр	46
Ильин С.А. Параллельные алгоритмы для решения двумерной задачи теплопроводности	47
Казанцева М. Е. Использование гипотезы L-компактности в классификации Цифровых изображений	48
Карпова А.А. Формосохраняющая аппроксимация на основе базисных сплайнов	49
Кондратюк С.В. О разделении графа на домены	50
Косова О.Н. Об одной разностной сплайн-схеме решения уравнения переноса	51
Котов И.А. О решении задачи сверхзвукового вязкого обтекания затупленного тела	53
Кошкина А.А. Численное решение уравнения эллиптического типа в области сложной геометрии	54

Лейко О.В. Численное решение двумерной задачи переноса примеси в атмосферном воздухе	55
Максимов Г. А. Применение функций Грина в алгоритме SIFT	56
Михневич В.А. О расчете теплообмена в многослойном ортотропном кольце.....	57
Мурзина Е.А. Численный метод решения нестационарного трехмерного конвективно-диффузионного уравнения на многопроцессорной вычислительной системе	58
Копытова О.В. О классификации цифровых изображений.....	60
Осипов В. А. Исследование диффузионной модели изменения концентрации ауксина с помощью разностных схем	61
Помогаева С. В. Метод глобальных итераций в задаче сверхзвукового невязкого обтекания затупленных тел	62
Семёнов Е.В. Применение теории искусственных нейронных сетей к задачам классификации и распознавания.....	63
Ситников Г.И. Моделирование переноса тепла в атмосферном пограничном слое.....	64
Султонова Ш.Х. О математических моделях усиления иммунного ответа.....	65
Терентьева М. В. Математическое моделирование образования облачности и осадков в атмосфере.....	66
Уколов Р.Ю. О математических моделях морфогенеза растений	67
Чернодубова К. С. Выбор признаков изображения с использованием анализа главных особенностей.....	68
Чуруксаева В.В. Численное моделирование ламинарного течения и распространения примеси в канале.....	69
Юнышев А. А. Модификация алгоритма машинного обучения с использованием мультядер	71

СЕКЦИЯ « ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Губин В.Н. Об оптимальном резервировании	72
Дарханов А.В. Авторегрессионная модель первого порядка для данных реанализа	73
Козырев А.С. Асимптотически оптимальное оценивание параметров регрессии	74
Перелевский С.С. Применение линейных стохастических моделей с дискретным временем для прогнозирования цен на нефть	76
Седлецкая М.М. Исследование критерия хи-квадрат проверки статистических гипотез	77
Хисамутдинова А.Р. Статистическое исследование демографических данных в таблицах сопряженности	78
Шевченко Е.А. Хеджирование в модели Блэка-Шоулса при наличии транзакционных издержек	79
Иванюк Ю.В. Сравнительный анализ различных статистических методов оценивания	80
Шеметова О.А. Прогнозирование стационарных случайных процессов с заданной среднеквадратичной точностью	81
Шишкова А.А. Применения мартингалных представлений для функционалов от Винеровских процессов для расчетов азиатских опционов	82
Пинясов О.О., Завьялова А.В. Решение проблем кодирования и передачи сообщений	83
СЕКЦИЯ « ТОПОЛОГИЯ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ »	
Ичигеев Ж.О. Исследование дополняемости функциональных пространств	85
Полухина А.В. SC ФУНКЦИИ	85
Чимитова Д. Д. Равномерные ретракты в пространстве $C_p(X)$	86

СЕКЦИЯ « ФИЗИЧЕСКАЯ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА »

Данейко А.М. Движение неизометрических частиц в
закрученных потоках 88

Иванов А.И. Выбор спектрального интервала в приемных
трактах тепловизоров среднего ИК-диапазона для регистрации
полей температуры в пламени и влияние влагосодержания
растительных горючих материалов на коэффициент излучения
пламени 89

Капарушкина Ю.О. Экспериментальное исследование
теплообмена на поверхности композиционных теплозащитных
материалов в плазменной струе 90

Козловский В.В. Экспериментальное исследование влияния
пламени на регистрацию модели абсолютно черного тела в узком
ИК-диапазоне 91

Столярчук Н.Д. Экспериментальное определение спектра
изменения температуры в пламени, образующемся при горении
растительных горючих материалов 92

СЕКЦИЯ « МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА, ФИЗИКА В ШКОЛЕ »

Баев А.Ю., Шендеров В.Ю. Применение инвариантности
математических объектов при решении задач с параметрами..... 94

Васильева М. Криптография. Первые шаги к шифрованию 95

Выгон Р.С. Системы счисления 96

Козаченко А. Метод извлечения корней высших степеней из
натуральных чисел без использования калькулятора. Метод
проверки результата произведения и сложения 97

СЕКЦИЯ «АЛГЕБРА»

ПРИМЕНЕНИЕ АВТОМОРФИЗМОВ КОЛЬЦА ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ МАТРИЦ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ КРИПТОСИСТЕМ.

Горбунов Е.С.

Научные руководители: доцент к. ф.-м. н. Росошек С.К., доцент
к. ф.-м. н. Зиновьев Егор Геннадьевич
Томский государственный университет
E-mail: Ghostman23@mail.ru

Рассмотрим группу $D(S_3)$, порожденную матрицами вида:

$$g_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, g_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
$$g_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, g_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$
$$g_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Группы $D(S_3)$ и S_3 изоморфны. Также справедлив изоморфизм групповых колец $\mathbb{Z}S_3 \cong \mathbb{Z}D(S_3)$. Каждый автоморфизм группового кольца $\mathbb{Z}D(S_3)$ является внутренним. Структура группы обратимых элементов этого кольца - полупрямое произведение тривиальной подгруппы обратимых элементов $(\pm g_i)$ и свободной группы K_3 ранга 3.

В своей работе я рассматриваю криптосистему в $\mathbb{Z}D(S_3)$, основанную на криптосистеме Эль-Гамала.

Литература

1. Rososhek S. K. Integral Group Ring $\mathbb{Z}S_3$ Automorphisms Cryptosystem (Готовится к печати).
2. Алферов А. П., Зубов А.Ю. Основы криптографии. М.: Гелиос АРВ, 2002. 480 с.
3. Кострикин А. И., Манин Ю. И., Линейная алгебра и геометрия СПб: Лань 2008., 304 с.

О ТОЖДЕСТВАХ ЯКОБИ В АССОЦИАТИВНЫХ АЛГЕБРАХ

Ивашкина К.С.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор, Лавров П.М.
Томский государственный педагогический университет
E-mail: ivashkina_kseniya1418@inbox.ru

В работе вводится новое тождество в ассоциативных алгебрах, которое записывается в терминах простых коммутаторов. Заметим, что для любой ассоциативной алгебры и любых $X, Y, Z \in A$ можно обнаружить следующее тождество

$$[X, YZ] + [Z, XY] + [Y, ZX] \equiv 0. \quad (1)$$

С ассоциативными алгебрами обычно связывается тождество Якоби, записываемое в терминах двойных коммутаторов

$$[X, [Y, Z]] + [Z, [X, Y]] + [Y, [Z, X]] \equiv 0. \quad (2)$$

Коммутатор $[\cdot, \cdot]$ для произвольных двух элементов $X, Y \in A$ вводится по правилу

$$[X, Y] = XY - YX. \quad (3)$$

Из (3) следует свойство линейности

$$[X, Y + Z] = [X, Y] + [X, Z] \quad (4)$$

и правило Лейбница

$$[X, YZ] = [X, Y]Z + Y[X, Z]. \quad (5)$$

Мы предлагаем рассматривать тождество (1) как основное (базисное) тождество для ассоциативных алгебр. Основанием для этого служит тот факт, что из тождества (1) следует тождество Якоби. Действительно, рассматривая наряду с (1) тождество

$$[X, ZY] + [Y, XZ] + [Z, YX] \equiv 0 \quad (6)$$

и вычитая из (1), с учетом свойства линейности (4) мы получаем тождество Якоби (2). В свою очередь, вывести тождество (1) из тождества Якоби (2) не удастся.

ПРИМЕНЕНИЕ ВНУТРЕННЕГО АВТОМОРФИЗМА В КОЛЬЦЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ МОДУЛЯРНЫХ МАТРИЦ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ КРИПТОСИСТЕМЫ

Ковалёва Т.Л.

Научные руководители: доцент к. ф.-м. н. Росошек С.К., доцент
к. ф.-м. н. Зиновьев Е.Г.

Томский государственный университет

E-mail: Ghostman23@mail.ru

Криптографическая стойкость системы Эль-Гамала основана на сложности проблемы логарифмирования в мультипликативной группе конечного простого поля [2].

Эта система допускает следующее обобщение. Пусть $GL_2(\mathbb{Z}_p)$ - общая линейная группа. Генерируем большое простое число p , фиксируем некоммутативные матрицы $U, X \in GL_2(\mathbb{Z}_p)$ и $k, l, s \in \mathbb{Z}_p$.

Открытый ключ представляет собой $K_o = (P_1, P_2, P_3) = (X, U^{-s} X^k U^s, U^l)$, секретный ключ $K_c = (U, k, s)$.

Шифруем послание $m \in M_2(\mathbb{Z}_p)$, выбираем $r, t \in \mathbb{Z}_p$ и вычисляем шифр-текст $(C_1, C_2) = (P_3^{-r} P_1^r P_3^r, m P_3^{-r} P_2^{-t} P_3^{-r})$.

Для расшифрования вычисляем $C_2 U^{-s} C_1^k U^s = m$, используя секретный ключ [1]. Приведем алгоритм на языке автоморфизмов.

Пусть $\varphi: GL_2(\mathbb{Z}_p) \rightarrow GL_2(\mathbb{Z}_p)$ - внутренний автоморфизм, т.е.

$\varphi(A) = U^{-1} A U$ [3]. Тогда открытым ключом является

$K_o = (X, \varphi^s(X^k), \varphi^l), \varphi^l = U^{-l} A U^l$. При шифровании

$C_1 = U^{-rt} X^t U^{rt} = \varphi^{rt}(X^t), C_2 = m P_3^{-r} P_2^{-t} P_3^r = m \varphi^{rt+s}(X^{-kt})$.

Расшифрование:

$C_2 U^{-s} C_1^k U^s = m \varphi^{rt+s}(X^{-kt}) \varphi^s[(\varphi^{rt}(X^t))]^k = m \varphi^{rt+s}(X^{-kt} X^{kt}) = m \varphi^{rt+s}(E) = m$

Литература

1. Rososhek S.K. Cryptosystems of modular matrix ring. (Готовится к печати).
2. Алферов А. П., Зубов А.Ю., Кузьмин А.С., Черемушкин А.В. Основы криптографии. М.: Гелиос АРВ, 2002. 480 с.
3. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: Изд-во «Факториал Пресс», 2001. – 544 с.

НИЛЬРАДИКАЛ И ПЕРВИЧНЫЙ РАДИКАЛ КОЛЕЦ ЭНДОМОРФИЗМОВ АБЕЛЕВЫХ p -ГРУПП

Норбосамбуев Ц.Д.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Крылов П.А.

Томский государственный университет

E-mail: nbtddt@sibmail.com

Пусть A – абелева группа, с ней можно связать ассоциативное кольцо с единицей – её кольцо эндоморфизмов $E(A)$. Изучение колец эндоморфизмов абелевых групп представляет интерес по нескольким причинам: во-первых, оказывается возможным получить дополнительные сведения о самих группах, ввести в рассмотрение новые понятия и методы, выделить новые интересные классы групп; во-вторых, это стимулирует дальнейшие исследования по теории абелевых групп, модулей и их колец эндоморфизмов. Общеизвестна очень важная роль радикала Джекобсона $J(E(A))$, нильрадикала $N(E(A))$ и первичного радикала $P(E(A))$ в структурной теории колец. Таким образом, встает вопрос о изучении радикалов кольца $E(A)$. Нужно особо подчеркнуть, что поскольку $E(A)$ – кольцо эндоморфизмов, а не абстрактное кольцо, описание и свойства радикалов $J(E(A))$, $N(E(A))$ и $P(E(A))$ нужно формулировать в терминах действия эндоморфизмов на группе A .

Для ограниченной p -группы имеется полное описание радикалов её кольца эндоморфизмов. Если A – периодически полная p -группа, то радикал Джекобсона $J(E(A))$ совпадает с идеалом $H(A)$ – идеалом эндоморфизмов, повышающих p -высоты элементов нижнего слоя. Если A – ограниченная сумма циклических p -групп, то $P(E(A))=N(E(A))=J(E(A))=H(A)$.

Если A – неограниченная p -группа, то описание первичного радикала и нильрадикала её кольца эндоморфизмов представляет сложную задачу. Для случая неограниченной p -группы удалось установить следующие факты.

1) Радикалы кольца $E(A)$ не совпадают, то есть имеют место строгие включения $P(E(A)) \subsetneq N(E(A)) \subsetneq J(E(A))$.

2) В кольце $E(A)$ есть нильпотентные идеалы (левые, правые, двусторонние) любого индекса нильпотентности.

Литература

1. Крылов П.А. Связи абелевых групп и их колец эндоморфизмов / П.А. Крылов, А.В. Михалев, А.А. Туганбаев. – Томск: Томский государственный университет, 2002.
2. Ламбек И. Кольца и модули – Москва: МИР, 1971.

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ГОЛОМОРФЫ СВОБОДНЫХ АБЕЛЕВЫХ ГРУПП

Разина А.В.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Гриншпон С.Я.
Томский государственный университет
E-mail: anastacie.razina@mail.ru

При изучении группы G важное место имеет понятие голоморфа. Голоморф является полупрямым расширением группы G с помощью группы её автоморфизмов $Aut(G)$; обозначаем его через $\Gamma(G)$. Голоморф группы можно рассматривать как множество пар вида (g, σ) , где $g \in G$, $\sigma \in Aut(G)$. $\Gamma(G)$ является группой относительно операции сложения, введенной следующим образом: $(g, \sigma) + (a, \tau) = (g + \sigma a, \sigma\tau)$. Часто вместо всей группы $Aut(G)$ рассматривается некоторая подгруппа Φ группы $Aut(G)$. В этом случае естественным образом возникает понятие относительного голоморфа; обозначаем его через $\Gamma(G, \Phi)$.

Отметим, что ряд интересных результатов об относительных голоморфах абелевых групп был получен И. Х. Беккером [1].

Ранее было доказано, что свободные абелевы группы с изоморфными голоморфами изоморфны [2]. В настоящий момент в моих исследованиях изучаются свободные абелевы группы и их определяемость относительными голоморфами. Точнее, при определенных ограничениях на подгруппу Φ , исследуется справедливость следующего результата:

Теорема. Если G и G' – свободные абелевы группы, каждая из которых изоморфна нормальной подгруппе относительного голоморфа другой группы, то G и G' изоморфны.

Литература

1. Беккер И.Х. О голоморфах абелевых групп без кручения//Изв. высш. учебн. завед. Математика.– 1974.–№ 3.–С.3–13.

2. Разина А.В. Некоторые свойства голоморфа абелевой группы//Совр. проблемы матем. и мех.: Материалы III Всероссийской молодежной конференции / Под ред. А.И. Филькова.–Томск: Изд-во Том. Ун-та, 2012.–с. 53–55.
3. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы// Мир.– 1977. — Т. 2.
4. Mills W. H. Multiple holomorphs of finitely generated abelian groups // Trans.

СЕКЦИЯ «ГЕОМЕТРИЯ»

ПОСТРОЕНИЕ ПЛОСКОГО ПРОФИЛЯ ДИСКОВОЙ ФРЕЗЫ, ОБРАТЫВАЮЩЕЙ ДЕТАЛЬ ПЕРЕДАТОЧНОГО МЕХАНИЗМА

Гомбоев Э.Д.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Щербаков Н.Р.
Томский государственный университет
E-mail: erdem_g@mail.ru

Острая кромка, получающаяся при обрезании зубьев выходной детали цилиндром, сглаживается поверхностью, образованной окружностями, касающимися базовых кривых поверхности зуба и круговых сечений цилиндра. Строятся плоские сечения выходной детали и сглаживающей поверхности, параллельные оси вращения детали и вектору наклона зуба. Точки касания кривых, получающихся в этих сечениях, с круговыми сечениями дисковой фрезы проектируются в плоскость, перпендикулярную направлению зуба. В результате получается плоский профиль дисковой фрезы. Получены уравнения сглаживающей поверхности и плоскопараллельных сечений. Массив точек плоского профиля фрезы получен численно с использованием пакета MathCad.

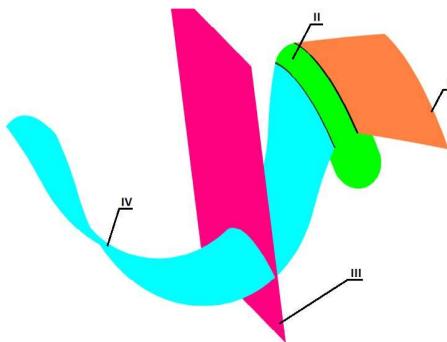


Рис. 1. I-цилиндр обрезающий зуб детали, II-сглаживающая поверхность, III-плоские сечения, IV-поверхность зуба выходной детали.

ГРАФИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ ЦИКЛОИДАЛЬНЫХ КРИВЫХ В ПАКЕТЕ MATHCAD

Девятовская О.А.

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Щербаков Н.Р.

Томский государственный университет

E-mail: olgadev1992@mail.ru

Циклоидальные кривые [1] являются траекториями точки, жестко связанной с кругом радиуса r , который катится без скольжения по окружности другого круга радиуса R . Интерес к изучению таких кривых поддерживается практическими потребностями, прежде всего необходимостью решения задач, возникающих при конструировании машин и механизмов. Форма эпициклоид и гипоциклоид

определяется в каждом частном случае величиной $m = \frac{r}{R}$. В данной

работе изложены свойства различных циклоидальных кривых, приведены их уравнения, создана программа в пакете MathCad, позволяющая получить график любой такой кривой для наперед заданного значения величины m .

Литература

1. А.А. Савелов «Плоские кривые». М. 1960. С. 109-120.

ПЛОСКО-НАПРАВЛЯЮЩИЙ МЕХАНИЗМ И ЕГО МОДЕЛИРОВАНИЕ В СРЕДЕ MAPLE

Игнатенко А.С.

Научный руководитель: доцент Горбатенко Е.М.

Томский государственный университет

E-mail: Glamour_93@mail.ru

Плоско-направляющие механизмы являются пространственным аналогом плоских шарнирных механизмов таких, как инверсор Поселье [1], инверсор Гарта [1,2]. Такие механизмы могут быть полезны при конструировании развёртывающихся антенн [3].

Построена математическая модель и её реализация (см. Рис.1) в среде Maple.

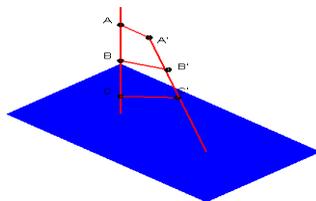


Рис.1 Модель плоско-направляющего механизма

Литература

1. Гильберт Д., Кон- Фоссен С. Наглядная геометрия : Пер. с нем. — 3-е изд. – М.: Наука, 1981. – 344 с.
2. Kempe A. B. how to draw a straight line: a lecture on linkages. – Macmillan and Co., 1887.
3. Abbott T. G. Generalizations of Kempe's Universality Theorem (2008). <http://web.mit.edu/tabbott/www/papers/mthesis.pdf>.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛЕЙ ПЕРЕДАТОЧНОГО МЕХАНИЗМА

Камчатный С.А.

Научный руководитель: профессор, д.ф.м.н. Щербаков Н.Р.

Томский государственный университет

E-mail: kam-serega2030@mail.ru

При формообразовании деталей передаточного механизма на станке с ЧПУ в целях уменьшения времени обработки срезают нерабочие участки – вершины и впадины зубьев. При этом образуется острая кромка – линия пересечения поверхности зуба и обрезающей поверхности (конуса или цилиндра). В работе построена математическая модель процесса сглаживания этой кромки, т.е. найдены уравнения сглаживающей поверхности, касающейся поверхностей, пересекающихся по линии кромки. Получены комплексы компьютерных программ, управляющих движением фрезы, вытачивающей сглаживающую поверхность при заданном радиусе скругления этой поверхности. Задача решена для цилиндрических и конических пе-

редач с эксцентриково-циклоидальным зацеплением [1], разработанным томскими конструкторами.

Литература

1. Патент РФ 2439401. Эксцентриково-циклоидальное зацепление зубчатых профилей (варианты) / В.В. Становской, С.М. Казакевичюс, Т.А. Ремнева, В.М. Кузнецов, А.В. Становской. Заявлено 29.01.2010; опубл. 10.01.2012, Бюлл. № 1.

ПОСТРОЕНИЕ ИЗ РАЗВЕРТКИ КУБА «ЛАТИНСКИЙ КРЕСТ» ДРУГИХ ТИПОВ ВЫПУКЛЫХ МНОГОГРАННИКОВ

Чирикова Е.О.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н. Горбатенко Е.М.

Томский государственный университет

E-mail: kchir@sibmail.com

Простое определение развертки имеется в [1]. Теоремы Коши, Эйлера, Александра [1,2] характеризуют возможность развертки выпуклого многогранника [1, 2]. Простейшей известной разверткой является развертка куба «латинский крест». Оказывается [3], из этой развертки можно свернуть еще 23 выпуклых многогранника, см. Рис.1, на котором отмечены линии сгиба «латинского креста», сворачивая, вдоль которых, получаем треугольную пирамиду.

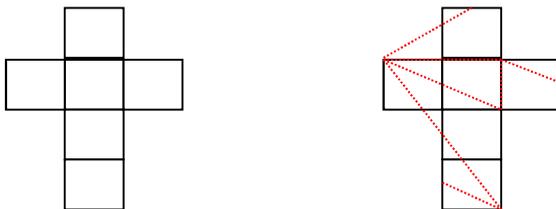


Рис.1

Решается задача построения из всех 23 разверток, см. [3, с. 405], выпуклых многогранников и вычисление их объема.

Литература

1. Н. П. Долбиллин / Жемчужины теории многогранников/ 2000
2. А. Д. Александров/Выпуклые многогранники/ 1950г.
3. Demaine, Erik D, Joseph O'Rourke/ Geometric Folding Algorithms/ 2007г.

ДВА СПОСОБА ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ЦИКЛОИДАЛЬНЫХ КРИВЫХ

Иткулова И.В.

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Щербаков Н.Р.

Томский государственный университет

E-mail: itkulova.irina@mail.ru

Изучены виды циклоидальных кривых. Определены свойства эпициклоид и гипоциклоид. Рассмотрено два способа параметризации циклоидальных кривых: а) используемый в математической литературе [1] и б) используемый в технической литературе [2].

Установлена связь между этими двумя способами параметризации циклоидальных кривых. Создана программа в пакете MathCad, иллюстрирующая некоторые виды циклоидальных кривых (эпи- и гипотрохида) при обоих способах их параметризации.

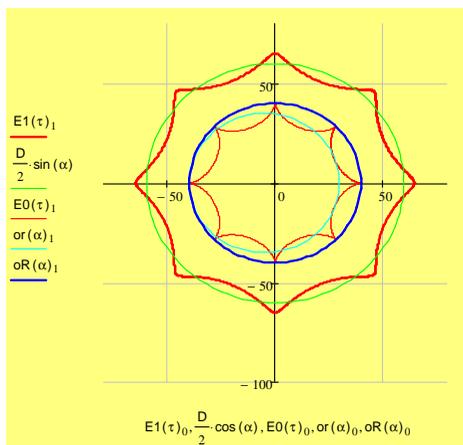


Рис.1 Гипоциклоида и гипотрохида.

Литература

1. А.А. Савелов «Плоские кривые». М. 1960. С. 109-120.
2. В.М. Шанников «Планетарные редукторы с внецентридным зацеплением» М.:1948. С. 88-105.

РАСКРОЕ СЕТЕПОЛОТНА ДЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО РЕФЛЕКТОРА

Самылкина О.А.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н. Бухтяк М.С.

Томский государственный университет

E-mail: samylkina.olesya@mail.ru

При производстве и эксплуатации рефлекторных антенн важно знать: на какой уровень оптимизации может рассчитывать проектировщик, решивший использовать выкройку параболического осесимметричного рефлектора в виде плоского диска (задача вариационного исчисления). Для улучшения радиофизических характеристик рефлектора следует уменьшить локальные искажения первоначальных длин. Под «раскроем» мы понимаем и «выкройку» листа сетеполотна и точечное соответствие между этим плоским листом и областью на параболоиде.

Функции предполагаются достаточно гладкими. Техническое средство работы - Maple [1]. Кусок параболоида задан вектор-функцией $\mathbf{R} = \left\{ u \cos v, u \sin v, \frac{u^2}{4F} \right\}$, ($0 \leq u \leq r$, $0 \leq v < 2\pi$). F – фокусное расстояние параболоида, r – радиус вырезающего цилиндра, соосного с параболоидом. Плоская область задана годографом вектор-функции $r = \{uf(u)\cos(v), uf(u)\sin(v), 0\}$. Вопрос об экстремальных отношениях квадратичных форм [2] этих поверхностей, приводит к лагранжиану

$$L = \left((f^2 + 2uff' + u^2 f'^2)u^2 f^2 - \frac{(4F^2 + u^2)u^2}{4F^2} \right)^2 + \left[2(f^2 + 2uff' + u^2 f'^2)u^2 f^2 - \frac{(4F^2 + u^2)u^2 f^2}{4F^2} - (f^2 + 2uff' + u^2 f'^2)u^2 \right]^2.$$

Обычные методы вариационного исчисления [3] для $F=8$ и $r=6$ дают нам (приближенно)

$$f \approx 1. + 0.000488281u^2 - 3.97364 \cdot 10^{-7}u^4 + 6.58070 \cdot 10^{-10}u^6 - 1.36009 \cdot 10^{-12}u^8 + 3.16649 \cdot 10^{-15}u^{10} - 7.97600 \cdot 10^{-18}u^{12} + 2.12873 \cdot 10^{-20}u^{14}$$

Литература

1. Дьяконов В. Maple 6. Учебный курс. – С.-Пб: Питер, 2001, 603 с.

2. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1950, 428 с.
3. Будьлин А.М. Вариационное исчисление. – СПб.: СПбГУ, 2001, 197 с.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНИЧЕСКОГО ПЕРЕДАТОЧНОГО МЕХАНИЗМА С ЭКСЦЕНТРИКОВО- ЦИКЛОИДАЛЬНЫМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Щёголева А.А.

Научный руководитель: д.ф.м.н. Щербаков Н.Р.

Томский государственный университет

E-mail: Nastasj@sibmail.com

Целью работы является построение геометрической модели кинематически согласованного движения деталей конического передаточного механизма с эксцентриково-циклоидальным зацеплением [1].

Получены уравнения поверхностей входной и выходной деталей конической зубчатой передачи и конических поверхностей, обрезающих зубья деталей. Созданы анимационные видеофайлы в пакете Matchad, иллюстрирующие построение циклоидальной кривой на сфере (профиль выходной детали) и динамику зацепления деталей в процессе работы механизма.

Литература

1. ЭЦ-зацепление: новый вид зубчатого зацепления - фундаментальная ресурс- и энергосберегающая разработка в области машиностроения [Электронный ресурс]: Применение эксцентриково-циклоидального зацепления в промышленности. URL: <http://ec-gearing.ru/application.php>.

СЕКЦИЯ «ГИДРОМЕХАНИКА»

ДЕФОРМАЦИЯ ПОЛОЙ СФЕРЫ

Фридман О.Э.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор Бубенчиков А.М.

Томский государственный университет

E-mail: nikibonet@mail.ru

В механике твердого тела при изучении его движения под действием каких либо сил в теле возникают деформации, которые не принимались в расчет при описании движения этого тела как целого. Во многих важных случаях учет деформаций является определяющим, например, когда речь идет о расчете прочности многочисленных конструкций: деталей машин и механизмов.

В нашей задаче рассматривается пространство, заключенное между двумя концентрическими сферами, заполненное линейно-упругим несжимаемым материалом. Рассматриваемое тело вступает в упругое взаимодействие с внешним абсолютно недеформируемым элементом. На пятне контакта с рассматриваемым элементом ставятся условия, определяющие величину проникновения элемента в сферический слой. На всех остальных частях, т.е. на внешней, а также на внутренней сфере ставятся условия отсутствия нормальных напряжений.

Задача моделирует упругую часть взаимодействия Луны с крупным метеоритом. Для решения задачи вводится в рассмотрение потенциал перемещений[1]:

$$\nabla^2 \Phi = 0, V = \partial\Phi/\partial r, W = \partial\Phi/r\partial\theta, U = \partial\Phi/r\partial\varphi\sin\theta$$

А граничные условия переформулируются в терминах рассматриваемого потенциала. На свободной поверхности:

$$\partial^2\Phi/\partial r^2 = 0$$

И на внутренней поверхности:

$$V = \partial\Phi/\partial r = 0$$

Численное решение строится с использованием итерационно – разностной технологии[2]. Анализируется характер деформирования сферического слоя при различных по величине и направлению воздействия внешнего элемента.

Литература

1. Кочин Н.Е., Векторное исчисление и начало тензорного исчисления ГОНТИ, 1938.
2. Березин И.С. и Жидков Н.П., Методы вычислений, т. II, гл. 4, Физматгиз, 1962.
3. Иваненко Д. И Соколов А., Классическая теория поля, ГТТИ. 1951.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ НАНОРАЗМЕРНЫХ ЧАСТИЦ

Уколов А. В. , Мирошниченко И. В.

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент Бубенчиков М.А.

Томский Государственный Университет

Такие виды наночастиц как фуллерен, графен и углеродные нанотрубки – уже довольно хорошо исследованные объекты. Предложены различные сферы их применения, исследованы инновационные технологические аспекты. Актуальными также являются и исследования механических свойств нанообъектов, хотя эта область остается наименее освещенной в научных трудах.

Целью работы было изучение динамики наночастиц различной формы в газовой атмосфере. Исследования проводились с использованием понятий λ – слой, теоремы об изменении количества движения, моноскоростной модели газа, числа Кнудсена, силы Ван-дер-Ваальса.

Понятие λ -слоя, окружающего наночастицу, оказалось очень плодотворным в отношении решения задач молекулярной статистики. Установлен различный характер зависимости вероятности соударения от размеров частиц. В случае когда λ – слой имеет сферическое искривление имеем, что вероятность столкновения молекулы с наночастицей пропорциональна отношению площади центрального сечения частицы к площади большого сечения λ – сферы, что в безразмерном виде определяется соотношением

$$\delta = \frac{4}{3(1 + Kn)^2}$$

Если имеем дело с цилиндрическим случаем, то вероятность столкновения пропорциональна отношению диаметра частицы к диаметру λ – цилиндра. Если же рассматривается плоский случай, то вероятность столкновения не зависит от геометрических параметров пластинки и определяется значением $\delta = 0,25765$.

На основании полученных значений были построены графики доли столкнувшихся с фуллереновой частицей, и нанотрубкой молекул. Исследования в этой области очень актуальны, поскольку решение задач отделения фуллеренов и графенов из сажистой смеси представляет большой интерес и может иметь большое прикладное значение.

Литература

1. Бубунчиков М. А. Механическое сопротивление компактной наночастицы в воздушной среде // Известия вузов. Физика. – 2011. – Т. 54, вып. 1, - С. 92-96.
2. Потекаев А. И., Бубенчиков М. А., Седиментация наночастиц в поле центробежных сил // Известия вузов. Физика. – 2011. – Т. 54, вып. 2, - С. 37-42.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ЗАМКНУТОЙ ПОЛОСТИ

Гетманов А.А.

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Шеремет М.А.

Томский государственный университет

Естественная конвекция является определяющим механизмом переноса энергии во многих технологических системах (индукционные печи, ядерные и химические реакторы).

Цель данной работы состоит в анализе нестационарных режимов естественной конвекции тепло выделяющей жидкости в квадратной полости с изотермическими стенками.

Для описания процесса теплопереноса используются двумерные нестационарные уравнения конвекции в приближении Буссинеска в безразмерных переменных “функция тока – завихренность”, где в уравнении энергии присутствует слагаемое, учитывающее внутреннее тепловыделение среды.

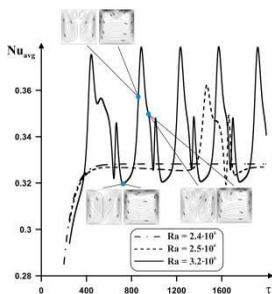


Рис. 1

деление среды.

Краевая задача с соответствующими начальными и граничными условиями решена численно методом конечных разностей. Разработанный алгоритм был протестирован на ряде модельных задач [1, 2].

В результате решения сформулированной задачи получены распределения термогидродинамических параметров, характеризующие особенности анализируемых режимов течения и теплопереноса при $10^5 \leq Ra \leq 10^7$, $Pr = 7.0$, $0 \leq \tau \leq 2000$. Проведено детальное исследование влияния числа Рэлея и фактора нестационарности на формирование внутренних периодических структур (Рис. 1).

Литература

1. Ben-Nakhi A., Chamkha A.J. Conjugate natural convection around a finned pipe in a square enclosure with internal heat generation // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 2007. – Vol. 50. – Pp. 2260–2271.
2. Churbanov A.G., Vabishchevich P.N., Chudanov V.V., Strizhov V.F. A numerical study on natural convection of a heat-generating fluid in rectangular enclosures // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 1994. – Vol. 37. – Pp. 2969–2984.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ МНОГОФАЗНЫХ ПОТОКОВ

Малоземов А.В.

Научный руководитель: профессор, д.ф.м.н. Харламов С.Н.

Томский государственный университет

E-mail: night-00-hunter@rambler.ru

Необходимость теплового и гидравлического расчета трубопроводов, транспортирующих многофазные продукты, возникает для самых разных отраслей и видов трубопроводов. Известно, что при транспортировке реологически сложных сред (высоковязких масел, нефтей), значительная экономия насосной мощности может быть достигнута при использовании воды, содержащейся в этой смеси в качестве смазки[1,2]. Исследование закономерностей изменения основных гидродинамических параметров, характеризующих течение таких смесей, а так же влияния различных факторов, определяющих границу раздела фаз, существенно зависящую от динамики и эволюции фаз, приобретает в связи со сказанным особое значение.

Моделирование течения двухфазного потока с несмешивающимися фазами предусматривает решение системы уравнений Навье–Стокса для каждой фазы с учетом граничных условий на поверхности раздела. Одновременно с этим должно решаться уравнение позволяющее определить границу раздела фаз. Предлагается использовать VOF (Volume of fluid method) метод.

Решается задача моделирования течения двухфазного потока масло-вода, в узком канале.

Полученный метод позволяет отследить влияния изменений физических свойств, динамической структуры на режимы течения и

массообмен. В частности была показана зависимость коэффициента трения от средне расходных скоростей масла и воды. Полученные результаты позволяют прийти к выводу, что при транспортировке двухфазного потока «масло-вода» в узком канале, задание скорости воды в двадцати пяти процентном отношении к скорости масла приводит к формированию наиболее оптимального режима транспортировки. Аппроксимация полученных данных позволила получить закон распределения трения по длине канала: $\xi = 0,0425x - 0,312$.

Литература

1. Мамаев В. А., Одишария Г. Э., Семенов Н. И., Точигин А. А. Гидродинамика газо- жидкостных смесей в трубах. М.: Изд-во «Недра», 1969. -208 с.
2. Keil OM. 1968. US Patent 3,378,047

УПРУГАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ЭЛЕМЕНТА ПРИ КОНТАКТЕ С АБСОЛЮТНО ЖЕСТКИМ ТЕЛОМ

Малоземов А.В., Шерстобитов А.А.

Научный руководитель: профессор, д.ф.м.н. Бубенчиков А.М.

Томский государственный университет

E-mail:night-00-hunter@rambler.ru

В работе строится вычислительная технология расчета напряженно-деформированного состояния упругой несжимаемой среды, основанная на использовании понятия упругого потенциала φ :

$$\vec{U} = grad \varphi, \quad (1)$$

где \vec{U} –вектор перемещений в рассматриваемой точке упругой среды.

При этом условие несжимаемости среды:

$$div(\vec{U}) = 0, \quad (2)$$

записанное через потенциал имеет вид уравнения Лапласа[1, 2]:

$$\nabla^2 \varphi = 0. \quad (3)$$

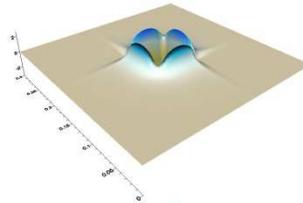
На пятне контакта ставятся условия, определяющие величину нормальных перемещений:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = const. \quad (4)$$

На свободных поверхностях ставятся условия отсутствия нормальных напряжений:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial n^2} = 0. \quad (5)$$

Для решения используется итерационно-разностная технология, которая для соблюдения материального баланса потребовала аппроксимации условий (4), (5) с высоким порядком точности.



На рис. 1. представлен результат.

Рис. 1. Нормальная компонента перемещений на верхней грани.

Литература

1. Демидов С.П. Теория упругости. – М. : Высшая школа, 1979. – 340 с.
2. Хан Х. Теория упругости. Основы линейной теории и ее применения. – М. : Мир, 1988. – 344 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ СТЕРЖНЯ

Малоземов А.В.

Научный руководитель: профессор, д.ф.м.н. Бубенчиков А.М.

Томский государственный университет

E-mail: night-00-hunter@rambler.ru

В современном машиностроении существует тенденция повышения эксплуатационных характеристик деталей, подвергающихся деформациям, в том числе при скручивании. В частности, знаменитые автомобильные концерны уделяют большое внимание моделированию контактных задач теории упругости. Объектами таких задач являются коленчатые и распределительные валы, передние оси автомобилей, валы и оси трансмиссии, пружины, торсионны. Моделирование выполняется на стадии проектирования деталей и позволяет выбрать оптимальные параметры по различным критериям. К тому же, математическое моделирование позволяет сократить затраты на разработку технологического процесса.

В данной работе рассматривается пространственная задача теории деформации. Отражены модифицированные уравнения Навье – уравнения равновесия, записанные в перемещениях[1,2]. Рассматривается схема численного решения методом простых итераций на неравномерной экспоненциально сгущающейся на пятне контакта разностной сетке.

Далее обосновывается возможность сведения пространственной задачи к плоской задаче контактного кручения. В результате чего, получаем уравнение для окружной компоненты перемещения и соотношения, определяющие напряжения. Таким образом, на основании изложенного материала получена вычислительная технология решения подобных задач, использующая простой итерационный метод. В случае однородного кручения удалось построить достаточно простое аналитическое решение. Была решена задача деформации стального стержня при кручении. На основании анализа полученных результатов сделаны соответствующие выводы. Если возникающие напряжения выше допустимых, следует увеличить пятно контакта, или упрочнить заданную область путем нанесения слоя другого металла.

Литература

1. Демидов С.П. Теория упругости. – М. : Высшая школа, 1979. – 340 с.
2. Айзикович С.М., Васильев А.С., Кренев Л.И., Трубчик И.С., Селезнев Н.М. Контактные задачи для функционально-градиентных материалов сложной структуры // Механика композитных материалов. 2011. Т.47, № 5. С. 1–12.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ НА НЕРАВНОМЕРНОЙ СЕТКЕ

Мирошниченко И.В., Уколов А.В.

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Шеремет М.А.

Томский государственный университет

E-mail: miroshnichenko@land.ru

Изучение конвективных режимов тепломассопереноса имеет большое значение в связи с разработкой современных технологических систем в различных отраслях промышленности.

В настоящей работе рассматривалась задача тепловой гравитационной конвекции в замкнутой прямоугольной области с изотермическими вертикальными и адиабатическими горизонтальными стенками. Процесс переноса массы, импульса и энергии описывался на основе двумерных нестационарных уравнений Обербека–Буссинеска в безразмерных переменных “функция тока – завихренность” с соответствующими начальными и граничными условиями. Краевая задача была решена методом конечных разностей на неравномерной сетке. Для адекватного разрешения вязкого пограничного слоя размещение узлов сетки вблизи твердых стенок задавалось на

основе алгебраического преобразования координат следующего вида [1]:

$$\xi = \frac{s}{2} \left\{ 1 + \frac{\operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{2x}{s} - 1 \right) \varepsilon \right]}{\operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{2} \varepsilon \right]} \right\}, \quad \eta = \frac{s}{2} \left\{ 1 + \frac{\operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{2y}{s} - 1 \right) \varepsilon \right]}{\operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{2} \varepsilon \right]} \right\}.$$

В работе были проведены исследования режимов теплопереноса в полости при различных значениях параметра сгущения ε , числа Рэлея и Прандтля. В результате было получено достаточно хорошее согласование с известными результатами других авторов [2].

Литература

1. Dixit H.N., Babu V. Simulation of high Rayleigh number natural convection in a square cavity using the lattice Boltzmann method // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2006. – Vol. 49. – Pp. 727–739.
2. Kubbeck K., Merker G.P., Straub J. Advanced numerical computation of two-dimensional time-dependent free convection in cavities // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1980. – Vol. 23. – Pp. 203–217.

ИТЕРАЦИОННО-РАЗНОСТНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Тарасов Е.А. Бубенчиков М.А.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Бубенчиков А.М.

Томский государственный университет

E-mail: DiomedIS@mail.ru

Вычислительная гидродинамика достигла своего расцвета во второй половине двадцатого столетия. Одним из исключительных её результатов является метод контрольного объема на разнесенных сетках.

В работе описана и реализована простейшая из существующих технология, применяемая для численного интегрирования уравнений Навье-Стокса. В отличие от широко используемой технологии С. Патанкара, расчеты выполняются на совмещенных сетках. Однако, SIMPLE процедура включена в общую схему расчетов. Более того, выписано дифференциальное уравнение для поправки давления. При аппроксимации конвективных членов использованы разности против потока. Диффузионные члены заменены симметричными разностями. Простота технологии заключается в способе дис-

кретизации дифференциальных уравнений на обычных, не разнесенных сетках, а также в способе решения алгебраических уравнений, основанном на процедуре Зейделя.

Использование уравнений, записанных в естественных переменных и применение совмещенных, но не равномерных сеток, позволяет простым включением в расчет новых уравнений, обобщать алгоритм на случаи турбулентного и двухфазного течений. В частности, значительный интерес представляют течения гидрозолей, струйных потоков, содержащих частицы песка.

Литература

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М. : Наука, 1973. – 848 с.
2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Патанкар. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ДВИЖЕНИЯ

Шерстобитов А.А., Малоземов А.В.

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Бубенчиков А.М.

Томский государственный университет

E-mail: sherstobitovalexandr@gmail.com

Уровень современной техники предполагает использование большого количества разнообразных механизмов в машинах. В каждой отрасли есть свои специфические задачи, для решения которых необходимы специальные механизмы. Однако все без исключения механизмы, независимо от сферы их применения, обладают некоторыми общими, фундаментальными, которые и объединяют все эти устройства в одну большую группу - механизмы. Понимание этих фундаментальных признаков и закономерностей позволяет специалисту-механику чувствовать себя уверенно, везде, где придется иметь дело с механизмами.

В работе рассматриваются кинематические и динамические аспекты функционирования системы преобразования вращательного движения, в поступательное. Кинематическая часть задачи решается с использованием понятия “мгновенный центр скоростей”. Эта задача сводится к дифференциальному уравнению первого порядка, для угла наклона шатуна, которая интегрируется численно с использованием схемы Рунге-Кутты четвертого порядка точности.

Динамическая часть задачи рассматривается позиции общего уравнения механики. Однако для систем, имеющих низкую скорость вращения входного вала решение можно построить с использованием квазистатического подхода и принципа Лагранжа. Полученное решение полностью определяет характер движения подвижных частей механизма и усилие на поршне во всех фазах рабочего цикла.

Литература

1. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики - Москва: Высшая школа, 2005. - 416 с.
2. Мовнин М. С. Основы технической механики – Ленинград: Судостроение, 1969 -568 с.

СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

ПРЕДЕЛЫ СУММЫ И СУММА ПРЕДЕЛОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ.

Прядухин И.Ю.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н., Малютина А.Н.

Томский государственный университет

E-mail: nightsuperfly@mail.ru

Если существует предел последовательности, то любая ее подпоследовательность сходится к тому же пределу.

Всякая ограниченная последовательность имеет хотя бы один конечный частичный предел (теорема Больцано-Вейерштрасса). Если этот частичный предел единственен, то он же является конечным пределом данной последовательности.

Наименьший частичный предел последовательности называется нижним пределом данной последовательности.

Наибольший частичный предел последовательности называется верхним пределом данной последовательности.

Наибольший и наименьший частичные пределы любой числовой последовательности всегда существуют[1].

Если число последовательностей конечно, то справедливо неравенство: верхний предел конечной суммы последовательностей меньше или равен конечной сумме верхних пределов этих последовательностей [2]. В работе приведены примеры, в которых показано, что данное неравенство не выполняется, если число последовательностей бесконечно.

В работе также приведены примеры, связывающие предельный переход с верхним и нижним пределами в неравенствах.

Литература

1. Г.М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, Том 1, стр.89, п.42.
2. J.M.H. Olmsted, Advanced calculus, стр.59, упр.19.

ИРРАЦИОНАЛЬНОСТЬ ЧИСЛА $e^r, r>0$

Дьяченко Ю.В.

Научный руководитель: ст. преподаватель Мартынов Ю.А.

Томский государственный университет

E-mail: YuliaDyatchenko@mail.ru

В данной работе рассмотрено доказательство того, что число e^r , где $r>0$, иррационально. Число e – математическая константа, основание натурального логарифма, иррациональное и трансцендентное число. Константу впервые вычислил швейцарский математик Бернулли при анализе следующего предела: $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, и этот предел приблизительно равен 2,718281828.

Впервые обозначение "e" ввёл Леонард Эйлер. Это первое число, которое не было выведено как трансцендентное специально, его трансцендентность была доказана только в 1873 году Шарлем Эрмитом. Предполагается, что e - нормальное число, то есть вероятность появления разных цифр в его записи одинакова. Число e может быть определено несколькими способами. Через предел, как сумма ряда: $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ или $\frac{1}{e} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$, и др.

В частном случае доказательство иррациональности числа e^r , где $r=1$, не представляет особой сложности. Существует несколько вариантов доказательства. Много интересней рассмотреть доказательство, когда r любое положительное рациональное число. В этом случае нужно показать, что последовательность интегралов $J_n = \int_0^r P_n(x)e^x dx$ сходится к нулю. Далее интегрируя по частям $2n+1$ раз, показываем, что значения P_n и его производных в точках 0 и $r = \frac{a}{b}$ будут целыми, и, наконец, интеграл от непрерывной положительной функции P_n строго положителен. Предполагая число e^r рациональным, приходим к выводу, что последовательность J_n не может сходиться к нулю, а это противоречит результатам, доказанным ранее, следовательно, число e^r является иррациональным [1].

Литература

1. Г. Лефор. Алгебра и анализ. Задачи: пер. с фр. Е.И. Стечкиной. – 1973, С. 291-293.

МЕТАМОРФОЗЫ С ФУНКЦИЕЙ ДИРИХЛЕ

Головина Н.П.

Научный руководитель: Касаткина Т.В.

Томский Государственный Университет

E-mail: ninysic@mail.ru

Немецкий математик Петер Густав Дирихле в одной из своих статей привел замечательный пример разрывной функции, которую так описал словами: “Функция принимает постоянные значения c и d соответственно при рациональных и иррациональных значениях x ” [3]. В 1899 году немецким математиком Альфредом Прингсхеймом было записано аналитическое выражение для функции Дирихле в виде [1]:

$$y = (c - d) \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\lim_{n \rightarrow \infty} (\cos m! \pi x)^n \right) + d$$

В работе рассматривается функция Дирихле при $c=1$ и $d=0$:

$$D(x) = \begin{cases} 1, & x \in Q \\ 0, & x \in R \setminus Q \end{cases} [3]$$

Функция $D(x)$ разрывная при каждом значении x , но если ее значения умножить на x , то функция $f(x) = x * D(x)$ станет непрерывной в одной точке, $x_0 = 0$. А если построить, композицию $f(x) = D(x) - \frac{1}{2}$ и $g(y) = y^2$, то получившаяся сложная функция будет всюду непрерывна на всей вещественной прямой [2].

Также в работе приведены исследования на непрерывность и дифференцируемость функции вида [2]:

$$f(x) = (x - a)^2 * D(x - a) + b * x$$

и рассмотрены примеры функций с интересными свойствами при некоторых заданных значениях a и b .

Литература

1. Б.П. Демидович “Сборник задач и упражнений по математическому анализу”. Изд-во «Наука», Физматгиз, 1990.
2. В.М.Шибинский “Примеры и контрпримеры в курсе математического анализа”. Изд-во «Высшая школа», Учебное пособие, 2007.
3. Г.М.Фихтенгольд “Курс дифференциального и интегрального исчисления”. Том 1, издание пятое, гос. изд-во физ-мат. лит-ры. «Москва», 1962.

**СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ,
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ»**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОЦЕССОВ ОЧИСТКИ ВОДНОЙ СРЕДЫ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДИФИКАЦИИ
МОДЕЛЕЙ ГЕРБЕРТА И СТРИТЕРА-ФЕЛПСА**

Абеляшев Д.Г.

Научный руководитель: ст. преподаватель Михайлов М.Д.
Томский государственный университет
E-mail: AbelyashevDG@gmail.com

Проводится численное исследование модификации моделей Герберта [1,2] и Стритера-Фелпса [3], с концентрация органического вещества L (в единицах БПК) и концентрации микроорганизмов X и кислорода D :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial t} + v_1 \frac{\partial L}{\partial x} + v_2 \frac{\partial L}{\partial y} = d_1 \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + d_2 \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} - \frac{1}{Y} \frac{\mu_m L X}{K_L + L} - K_1 L, \\ \frac{\partial X}{\partial t} + v_1 \frac{\partial X}{\partial x} + v_2 \frac{\partial X}{\partial y} = d_1 \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + d_2 \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \frac{\mu_m L X}{K_L + L} - b X, \\ \frac{\partial D}{\partial t} + v_1 \frac{\partial D}{\partial x} + v_2 \frac{\partial D}{\partial y} = d_1 \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + d_2 \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} + K_1 L + K_2 \cdot (D_s - D), \\ L(x, y, 0) = L_0(x, y), X(x, y, 0) = X_0(x, y), D(x, y, 0) = D_s, \\ \left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x} \Big|_{x=a} = \frac{\partial L}{\partial x} \Big|_{x=b} = 0, \frac{\partial X}{\partial x} \Big|_{x=a} = \frac{\partial X}{\partial x} \Big|_{x=b} = 0, \frac{\partial D}{\partial x} \Big|_{x=a} = \frac{\partial D}{\partial x} \Big|_{x=b} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial y} \Big|_{y=c} = \frac{\partial L}{\partial y} \Big|_{y=d} = 0, \frac{\partial X}{\partial y} \Big|_{y=c} = \frac{\partial X}{\partial y} \Big|_{y=d} = 0, \frac{\partial D}{\partial y} \Big|_{y=c} = \frac{\partial D}{\partial y} \Big|_{y=d} = 0. \end{array} \right\}$$

Результаты численных расчётов оформлены в виде графиков в различные моменты времени. Представлен анализ полученных результатов.

Литература

4. Иерусалимский Н.Д. Основы физиологии микробов. - М.: Изд. АН СССР, 1963. – 242 с.
5. Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С. Математическое моделирование в биофизике. – М.: Ижевск, 2004. – 471 с.
6. Вавилин В. А. Нелинейные модели биологической очистки и процессов самоочищения в реках / В. А. Вавилин. - М.: Наука, 1981. - 160 с.

СПОСОБЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЧИСЛА π

Автомонов Е.В.

Научный руководитель: доцент, д.ф.м.н. Малютина А.Н.

Томский государственный университет

E-mail: AvtomonovEV@yandex.ru

Первым предложил математический способ вычисления числа π Архимед. Для этого он вписывал в окружность и описывал около неё правильные многоугольники. Принимая диаметр окружности за единицу, Архимед рассматривал периметр вписанного многоугольника как нижнюю оценку длины окружности, а периметр описанного многоугольника как верхнюю оценку. Рассматривая правильный 96-угольник, Архимед предположил, что число π примерно равняется $22/7 \approx 3,142857142857143$. Впервые обозначением этого числа греческой буквой π воспользовался британский математик Джонс в 1706 году.

Для вычисления числа π были предложены следующие способы:

- 1) формула индийского учёного Мадхавы из Сангамаграма в

$$1400\text{-х годах: } \pi = \sqrt{12} \left(1 - \frac{1}{3 * 3} + \frac{1}{5 * 3^2} - \frac{1}{7 * 3^3} + \dots \right)$$

- 2) формула, выведенная Джоном Валлисом (английский математик) в 1655 году:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} * \frac{2}{3} * \frac{4}{3} * \frac{4}{5} * \frac{6}{5} * \frac{6}{7} * \frac{8}{7} * \frac{8}{9} \dots$$

- 3) формула братьев Чудновских, полученная в 1987 году:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{1}{426880\sqrt{10005}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(6k)!(13591409 + 545140134 * k)}{(3k)!(k!)^3 (-640320)^{3k}}$$

А в 1991 году они рассчитали уже 2 миллиарда 260 миллионов знаков числа π .

В работе приводятся и другие способы [1,2,3], интересные факты [2], а так же сравнение по времени вычисления, точности, количеству операций.

Можно отметить, что придумывают новые и совершенствуют старые способы вычисления числа π . Мы видим подтверждение: 19 октября 2011 года Александр Йи и Сигэру Кондо рассчитали последовательность с точностью в 10 триллионов цифр после запятой.

Литература

1. Харди Г.Г. Апология математики;
7. Квант 1996г. №6. Число π ;
8. В мире науки. 1988. №4.

КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ МЕТОДОМ FOREL

Амшарюк Е.И.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Федорова О.П.

Томский государственный университет

E-mail: katyshka.9305@mail.ru

Кластерный анализ находит применение в самых разнообразных научных практических направлениях. Задачей анализа является разбиение исходных данных на группы однородных (по отношению к какому-то заранее определенному критерию).

Будем описывать свойства изучаемых объектов вектором его признаков. Если признаки представить в виде координат метрического пространства, то каждый объект со своими значениями свойств будет отображаться в некоторую точку этого пространства. Два объекта с почти одинаковыми значениями свойств отобразятся в две близкие точки, а объекты с сильно различающимися значениями свойств будут представлены далекими друг от друга точками. Если имеются сгустки точек, отделенные промежутком от других сгустков, то их можно выделить в отдельные множества-кластеры (таксоны, классы).

Кластеры имеют различную форму и их можно находить разными методами. В работе рассматривается алгоритм Forel [1], с помощью которого можно найти таксоны простой сферической формы.

Суть алгоритма заключается в следующем: выбирается случайный объект и предполагается, что это эталон кластера, задается R - радиус сферы, центр которой помещается в эталон, затем определяются все объекты, попадающие в эту сферу, и пересчитывается эталон по некоторому заданному правилу. Процесс повторяется до тех пор, пока эталон не стабилизируется, после чего объекты, попавшие в кластер, удаляются из множества, и поиск кластеров продолжается среди оставшихся объектов. Для цифрового изображения в качестве признаков можно использовать средние значения яркости цвета. В работе изучаются распределения среднего для базы цифровых изображений. Для проведения кластеризации используется алгоритм Forel.

Литература

1. Загоруйко Н.Г. Алгоритмы обнаружения эмпирических закономерностей/Н.Г.Загоруйко, Г.С. Лбов, В.Н. Елкина- Новосибирск:Наука,1985-112с

ПРИБЛИЖЕНИЕ КРИВЫХ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ ВЕСОВЫМИ КУБИЧЕСКИМИ СПЛАЙНАМИ

Анциферова Е.В.

Научный руководитель: ст. преп. Каминская Е.В.

Томский государственный университет

E-mail: Zhenya4549@mail.ru

Работа посвящена построению адаптивной процедуры подбора весовых параметров кубического сплайна, учитывающей некоторые свойства кривых сложной формы.

Пусть *весовая функция* w определена на $[a, b]$ и удовлетворяет условиям $0 < m \leq w(x) \leq M$ для всех $x \in [a, b]$ [2].

Определение: Интерполяционным кубическим сплайном S со множеством весовых параметров $w_i > 0, i = \overline{0, N}$, назовем решение задачи

$$\frac{d^4 S}{dx^4} = 0 \quad x \in (x_i, x_{i+1}), \quad i = 0, \dots, N, \quad S \in C^1[a, b]$$

$$w_{i-1} S'''(x_i - 0) = w_i S'''(x_i + 0) \quad i = \overline{1, N}$$

с условиями интерполяции $S(x_i) = f_i, \quad i = \overline{0, N+1}$.[2]

Если кривую не возможно описать функциональной зависимостью вида $y=f(x)$, то прибегают к универсальному способу ее описания, на основе параметрического задания координат в виде двух

функций $x=x(u)$, $y=y(u)$ от некоторого параметра u . При естественной параметризации в качестве параметра u берут суммарную длину хорд между соседними точками (x_i, y_i) и (x_{i+1}, y_{i+1}) , $i = \overline{1, n-1}$.

Определение. Параметрический интерполяционный кубический сплайн есть совокупность двух кубических сплайнов $S(x;u)$, $S(y;u)$ класса C^2 , интерполирующих соответственно координаты x_i , y_i точек кривой на сетке $u_0 < u_1 < \dots < u_N$. [1]

В работе строится адаптивная процедура подбора параметров сплайна wx_i, wy_i таким образом, чтобы интерполяция оставалась выпуклой для выпуклых данных. Построенная процедура тестируется на нескольких кривых сложной формы и дает удовлетворительные результаты интерполяции.

Литература:

1. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функции. - М: Наука, 1980.- 352 с.
2. Квасов Б.И. Формосохраняющая интерполяция весовыми кубическими сплайнами [Электронный ресурс] // URL: <http://ssspc.math.tsu.ru/6TH/sbornik.pdf>

АЛГОРИТМЫ НАХОЖДЕНИЯ ЧИСЛА π

Булах П.А.

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Зюзьков В.М.

Томский государственный университет, Томск

E-mail: paх-bul@sibmail.com

Цель работы — нахождение новых формул, подобных формуле Матчина, для вычисления числа π .

Пусть $t_x = \arctg(1/x)$, или же

$$t_x = \frac{1}{x} - \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} - \frac{1}{7x^7} + \frac{1}{9x^9} - \frac{1}{11x^{11}} + \dots, \text{ назовем } t_x \text{ числом Гре-$$

гори, когда x - любая дробь или целое число.

Число Штёрмера – положительное целое число n , для которого p есть наибольший простой делитель $n^2 + 1$, где p не превосходит $2n$. Любое число Грегори, не являющиеся числом Штёрмера, можно представить как сумму чисел t_n , для которых n есть число Штёрмера.

Будем использовать числа Грегори для представления их через числа Штёрмера. Воспользовавшись тем, что $t_x = \arctg(1) = \pi / 4$, получаем новые формулы для вычисления числа π . Из этих формул можно выделить те, сходимость которых более быстрая, чем у формулы Матчина $t_1 = 4t_5 - t_{239}$. Например, одна из таких формул, найденная нами есть

$$t_1 = 2t_5 + t_6 + 2t_9 + t_{60} - t_{80} - t_{45765}. \quad (1)$$

Для нахождения формул для вычисления числа π используется алгоритм Штёрмера. Программа получения новых формул написана с помощью системы Mathematica. Всего получены и рассмотрены новые формулы, использующие t_x , для всех $x < 100000$. Изучена сходимость данных формул. Лучшая из этих формул есть формула (1), которая превосходит классическую формулу Матчина по сходимости на порядок.

Литература

1. J. H. Conway and R. K. Guy, The Book of Numbers, New York: Copernicus Books/Springer, 2006 pp. 242–247.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРОФИЧЕСКИХ ОТНОШЕНИЙ В СИСТЕМЕ ТИПА «ХИЩНИК - ЖЕРТВА»

Вобликова К.Е.

Научный руководитель: ст. преподаватель Михайлов М.Д.

Томский государственный университет

E-mail: taory@sibmail.com

В данной работе рассматриваются, так называемые, «пищевые» отношения между двумя видами живых организмов, описываемые точечной моделью динамики популяций типа «хищник - жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right) - f(N)P, \\ \frac{dP}{dt} = ef(N)P - mP, \\ N(0) = P_0, P(0) = P_0, \end{cases}$$

где в качестве $f(N)$ рассматриваются трофическая функция Холлинга[1]:

$$f(N) = \frac{aN}{1 + ahN},$$

и трофическая функция Ивлева[1]:

$$f(N) = R(1 - e^{-sN}).$$

Исследуется вопрос о подборе параметров s_1, s_2, R модели с трофической функцией Ивлева, и параметров r, e общих для обеих моделей, так, чтобы обеспечить максимальное совпадение численных результатов, полученных с использованием каждой модели.

Для реализации поставленной задачи используется неявная схема трапеций. Исследуется вопрос аппроксимации, устойчивости и сходимости данной схемы[3].

Численное решение получено с использованием метода простой итерации[2].

Литература

1. Тривоженко Б.Е. Математические модели естествознания: Учеб. Пособие. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1985. – 87с.
2. Меркулова Н.Н., Михайлов М.Д. Методы приближенных вычислений: Учеб. Пособие – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2007. – 256с.
3. Меркулова Н.Н., Михайлов М.Д. Методы приближенных вычислений: Учеб. Пособие, ч.2. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2007. – 287с.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА

Дербышев П. А.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор А. В. Старченко

Томский государственный университет

E-mail: kain20@sibmail.com

Почти все способы производства энергии в качестве существенных составляющих включают процессы теплообмена. Эти же процессы являются определяющими при обогреве и кондиционировании зданий. В основные установки металлургической и химической промышленности входят такие элементы, как топки, теплообменники, конденсаторы и реакторы, в которых имеет место теплообмен. Теплопередача может быть использована также и для определения внутренней структуры тела по измерениям температуры на его поверхности.

В работе для решения обратной задачи использовался метод дифференциальной эволюции – генетический алгоритм для решения задач оптимизации. Этот метод требует только возможности вычис-

лять значения целевой функций, но не её производных. Метод дифференциальной эволюции предназначен для нахождения глобального минимума (или максимума) функций от многих переменных. Метод прост в реализации и использовании, легко распараллеливается.

Рассматривается смешанная граничная задача для уравнения стационарной теплопроводности в полой балке прямоугольного поперечного сечения. Данная задача решалась методом конечных объёмов. Заменяя непрерывную область определения решения дискретной и аппроксимируя дифференциальную задачу конечно-разностной, получаем систему сеточных уравнений. Для решения разностных уравнений используется явный метод Булеева. Получены условия аппроксимации и устойчивости разностной схемы.

Были проведены тестовые расчеты уравнения теплопроводности на аналитическом решении, которые совпали с решением, полученным в результате расчета методом Булеева. Метод дифференциальной эволюции был протестирован на функции Розенброка. Для нахождения глобального минимума требуется около 200 итераций.

Литература

1. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сухомел А. С. Теплопередача С. 7-20; 22-24;
2. Самарский А.А., Николаев Е.С. Метод переменных направлений//Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. С.432-459
3. Старченко А. В., Есаулов А. В., Параллельные вычисления на МВС
4. Высокопроизводительные вычисления на кластерах

ПОСТРОЕНИЕ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОНОТОННОГО КУБИЧЕСКОГО СПЛАЙНА С ВЕСОВЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Дериглазова И.А.

Томский государственный университет, Томск
E-mail: inna.tsu@mail.ru

В работе рассмотрены метод конечных объёмов для построения разностной схемы с помощью весовых кубических сплайнов через моменты и наклоны [1], а также способы нахождения весовых коэффициентов, приведены примеры и сделаны соответствующие выводы.

Целью работы является построение монотонной разностной схемы высокого порядка аппроксимации.

Рассмотрим одномерное нестационарное уравнение конвективно-диффузного переноса для скалярной функции $\Phi(t, x)$ ($0 \leq x \leq L, t \geq 0$):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial(u\Phi)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + S_\Phi,$$

где $\frac{\partial(u\Phi)}{\partial x}$ – конвективное слагаемое (u – скорость переноса Φ по

током), $\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)$ – диффузионное слагаемое (D – коэффициент диффузии) и $S_\Phi(t, x)$ – источник (например, химическая реакция).

Пусть для простоты D, u и S_Φ – константы ($D > 0, u > 0, S_\Phi \geq 0$).

Начальное условие: $t = 0, \Phi(0, x) = \Phi_{00}(x)$. Граничные условия:

$$x = 0, \quad \Phi(t, 0) = \Phi_0(t); \quad x = L, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0.$$

Для решения поставленной задачи применяется конечно-разностный метод, для этого исследуемая область покрывается сеткой. Используется равномерная пространственно-временная сетка с шагами по времени и по пространству τ и h соответственно.

На примерах с гладким начальным распределением искомого решения показана работоспособность построенной разностной схемы.

Литература:

1. Квасов Б.И. Формосохраняющая интерполяция весовыми кубическими сплайнами // Шестая Сибирская конференция по параллельным и высокопроизводительным вычислениям.—Томск: Изд-во Том.ун-та, 2012.-с.20-28.

УСВОЕНИЕ СПУТНИКОВЫХ ДАННЫХ ASCAT С ПОМОЩЬЮ ФИЛЬТРА КАЛМАНА

Ерин С.И.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Богословский Н.Н.

Томский государственный университет

E-mail: sergei.erin@mail.ru

В настоящее время проблема точности прогноза погоды достаточно актуальна. Если точность прогноза в свободной атмосфере

достаточно высока, то ошибки прогноза метеовеличин в пограничном слое значительно выше. Ошибки в задании влажности почвы, согласно данным Европейского центра среднесрочных прогнозов погоды [1], оказывает значительное влияние на качество краткосрочного и среднесрочного численного прогноза погоды и даже оказывает влияние на сезонные прогнозы.

Передовые прогностические центры используют усвоения спутниковых данных измерений для инициализации почвенных переменных. Данная задача решается с использованием расширенного фильтра Калмана для усвоения спутниковых данных измерений.

Фильтр Калмана — один из популярных алгоритмов фильтрации, используемый во многих областях науки и техники. Этот метод активно применяется в европейском центре прогноза погоды для усвоения данных влажности почвы [2]. Фильтр Калмана требует больших вычислительных затрат, но дает более точные результаты по сравнению с методами оптимальной интерполяции. Применение фильтра Калмана так же позволяет при проведении усвоения использовать как спутниковые данные измерений, так и данные измерений температуры и влажности на высоте 2-х метров, проводимых на наземных станциях наблюдений.

В работе рассматривается использование спутниковых данных измерений ASCAT для инициализации начальных значений почвенных переменных. Проводится сравнение спутниковых данных измерений с прямыми измерениями влажности почвы на наземных станциях.

Литература

1. Mahfouf J-F. Analysis of soil moisture from near-surface parameters: A feasibility study. *J. Appl. Meteor.* 1991., 30, pp. 1534-1547.
2. A simplified Extended Kalman Filter for the global operational soil moisture analysis at ECMWF : Technical report / P. de Rosnay [and oth.]. – Q. J. R. Meteorol. Soc., 2012. – URL: <http://www.ecmwf.int/publications/library/do/references/show?id=90374>

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ–СТОКСА¹

Иванов В.Г.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Старченко А.В.
Томский государственный университет
E-mail: ivgk26@gmail.com

Рассматривается задача о плоском течении вязкой несжимаемой жидкости с постоянными значениями плотности и коэффициента вязкости в прямоугольной области. Требуется выполнение условий прилипания частиц жидкости к твердой стенке и непротекания на ограничивающих течение поверхностях. Имеет место простейший случай изотермического движения. Верхняя стенка перемещается в своей плоскости с постоянной скоростью. Жидкость, целиком заполняющая каверну, вовлекается в движение силами вязкости.

Для численного исследования течения в каверне применяются уравнения Навье-Стокса в переменных «функция тока - вихрь» [1].

Краевые условия формулируются только для функции тока, а для вихря записываются на основе его определения.

Получение конечно-разностного аналога исходной системы дифференциальных уравнений производится методом конечного объема.

Численное решение получено с помощью метода релаксации.

Полученная система решается последовательно, сначала относительно завихренности, затем относительно функции тока.

Также данная система была преобразована для совместного одновременного решения уравнений.

Также в работе был рассмотрен алгоритм SIMPLE решения уравнений Навье–Стокса в переменных «скорость - давление».

В данной работе сравнивались три метода решений уравнений гидродинамики. Проведён их сравнительный анализ, получены численные решения.

Литература

1. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2 т. / Пер. с англ. М.: Мир, 1990. Т.2. 392 с.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке ФПЦ «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» Соглашение № 14.В37.21.0667.

МУЗЫКА ЦИФР

Ивашенко А.О.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н., Малютина А.Н.

Томский государственный университет

E-mail: anuta_i@bk.ru

Все знают, что цифровая музыка отличается по звучанию от живой музыки. Но не все знают, как создается музыка. В работе рассказывается о звукозаписи и принципе создания музыки при помощи цифр.

Для выполнения поставленной задачи предлагается разъяснить значение слова оцифровка.

Оцифровка - описание объекта в виде набора дискретных цифровых замеров, его перевод в цифровой вид.

В работе рассматривается тема звука. Вводятся следующие понятия - цифровой звук и цифровая звукозапись.

Цифровой звук - кодирование аналогового звукового сигнала в виде битовой последовательности.

Цифровая звукозапись - технология преобразования аналогового звука в цифровой с целью сохранения его на физическом носителе.

Существует целый класс компьютерных программ - *звуковых редакторов*, которые позволяют работать со звуком.

По принципу записи выделяют следующие методы: *магнитная звукозапись, лазерная звукозапись, запись звука на электронные носители.*

Таким образом, запись звука при помощи ЭВМ значительно отличается от записи звука «вручную».

В работе выполнено сравнение звучания числа π , записанного при помощи компьютерного приложения, и звучание числа π , записанного при помощи фортепиано. Для записи «вручную» была пронумерована каждая нота по порядку, начиная с 0 и заканчивая 9 и начала записывать мелодию, нажимая клавиши в соответствии с последовательностью цифр в числе π . Работа компьютерного приложения также основана на принципе записи «вручную».

Принцип записи музыки при помощи цифр подходит не только для числа π . Его можно использовать также для записи других математических констант и различных числовых последовательностей. При помощи цифр и компьютерных приложений, каждый человек может попробовать себя в роли музыканта.

Литература

1. Оцифровка Википедия: свободная электронная энциклопедия: на русском языке [Электронный ресурс] // URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Оцифровка> (дата обращения: 05.04.2013)
2. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники // Т. 2. Пер. с англ.— 4-е изд., перераб. и доп.— М.: Мир, 1993.—371 с.
3. Цифровая звукозапись Википедия: свободная электронная энциклопедия: на русском языке [Электронный ресурс] // URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/Цифровая_звукозапись (дата обращения: 05.04.2013)
4. Шкритек П. Справочное руководство по звуковой схемотехнике // пер. с нем.-М. Мир, 1991.-446 с.
5. Честер М. Цифровая звукозапись [Электронный ресурс]: общие принципы и немного истории. URL: <http://kalterwind.com/page/cifrovaya-zvukozapis-obshchie-principy-i-nemnogo-istorii-morganchester> (дата обращения: 07.04.2013)

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Ильин С.А.

Научный руководитель: профессор, д.ф.м.н. Старченко А.В.

Томский государственный университет, Томск

E-mail: sergei_i27@mail.ru

Рассматриваются параллельные алгоритмы для решения двумерной задачи теплопроводности, такие как алгоритм Яненко, конвейерный метод прогонки, схема транспонирования.

$$\text{Постановка задачи: } \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \\ u(x, y, 0) = 300 \end{cases}$$

Цель работы — изучение параллельных алгоритмов для решения схемы расщепления.

Алгоритм Н.Н.Яненко будет осуществляться на основе принципа декомпозиции, т.е. последний узел предыдущей области совпадает с нулевым в последующей. Затем, вычисляем значения решения на границе подобластей и восстанавливаем значения решения в промежуточных узлах для каждого процессора одновременно.

Идея метода конвейерной прогонки заключается в том, что запуск как прямого, так и обратного хода прогонки происходит так,

что каждый процессор решает определенный круг задач и передает на следующий нужные данные, и это все происходит по принципу конвейера.

Применяя схему транспонирования, получаем, что направления, использующиеся для решения задачи методом прогонки как бы меняются местами, т.е. x-направление становится y-направлением, а y-направление переходит в x-направление.

В работе рассмотрено несколько параллельных алгоритмов для решения задачи теплопроводности.

Литература

1. Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и распараллеливание прогонки // Численные методы механики сплошных сред - 1978 , №7 , с. 136-139.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИПОТЕЗЫ L-КОМПАКТНОСТИ В КЛАССИФИКАЦИИ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Казанцева М. Е.

Научный руководитель: Федорова О.П.

Томский государственный университет

E-mail: merm92@mail.ru

Кластерный анализ находит применение в самых разнообразных научных направлениях. Задачей анализа является разбиение исходных данных на группы таким образом, чтобы элементы, входящие в одну группу были максимально “схожи” (по какому-то заранее определенному критерию), а элементы из разных групп были максимально ”отличными” друг от друга.

Задача классификации наблюдаемых данных в отдельные структуры возникает в различных областях научной и практической деятельности. Главная цель машинной обработки статистических и экспериментальных данных состоит в обнаружении скрытых в них закономерностей автоматически. Для исследования методов обнаружения кластеров и классификации используются данные, изображаемые с помощью датчиков случайных чисел. Кластер - это группа элементов, характеризуемая каким-либо общим для них свойством. Термин кластер близок к термину таксон. Таксон - систематизированная группа.

Зрительный аппарат человека способен проводить кластеризацию (объединение объектов в классы), если они представляют собой точки на плоскости. Но результаты такой кластеризации не могут быть объяснены с точки зрения гипотезы компактности. Получать такие результаты и объяснять их позволяет гипотеза L-компактности.

Техника кластеризации используется в медицине, психиатрии, археологии, маркетинговых исследованиях и др.

Литература

1. Загоруйко Н. Г. Гипотезы компактности и 1-компактности в методах анализа данных//Сибирский журнал индустриальной математики. Январь-июнь. - 1998. – Т.1, № 1. – с. 115-126.
2. Загоруйко Н. Г. Методы распознавания и их применение. – М.: Сов. Радио, 1972. – 137с.

ФОРМОСОХРАНЯЮЩАЯ АППРОКСИМАЦИЯ НА ОСНОВЕ БАЗИСНЫХ СПЛАЙНОВ

Карпова А.А.

Научный руководитель: ст.преподаватель Каминская Е.В.

Томский государственный университет

E-mail: anastasiya--1992@mail.ru

В статье рассматривается вопрос об адаптивном подборе параметров весового кубического сплайна для монотонных функций с граничными условиями первого рода.

Пусть на отрезке $[a, b]$ задано разбиение $\Delta: a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b$.

Функция $S_{n,\nu}(x)$ называется сплайном степени n дефекта ν (ν – целое число, $0 \leq \nu \leq n + 1$) с узлами на сетке Δ , если

а) на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ функция $S_{n,\nu}(x)$ является многочленом степени n ;

б) $S_{n,\nu}(x) \in C^{n-\nu}[a, b]$.

Наиболее часто при интерполяции применяют кубические сплайны класса C^2 , однако степень их гладкости не всегда позволяет адекватно интерполировать строго монотонные, неотрицательные или выпуклые функции[1]. Для таких задач применяются весовые базисные сплайны, степень гладкости которых варьируется в зависимости от параметра w [2].

В работе рассматривается вопрос об адаптивном подборе параметров весового кубического сплайна, точного на многочленах первой степени для монотонных функций с граничными условиями первого рода.

Построенная процедура тестируется на функции с большим падением градиента

$$f(x) = 1 - \frac{e^{100x} - e^{-100x}}{e^{100} - e^{-100}} \quad (1)$$

с граничными условиями вида: $f(x_0) = S(x_0)$ и $f(x_n) = S(x_n)$.

Литература

1. Завьялов Ю. С. Методы сплайн-функций / Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасов, В. Л. Мирошниченко ; под ред. Н. Н. Яненко. – М. : Наука, 1980. – 352 с.
2. Квасов Б. И. Алгоритмы формосохраняющей аппроксимации весовыми кубическими сплайнами [Электронный ресурс]. – Новосибирск : 2011.

О РАЗДЕЛЕНИИ ГРАФА НА ДОМЕНЫ

Кондратюк С.В.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н. Берцун В.Н.

Томский государственный университет

E-mail: ksv471@yandex.ru

Проблема построения экономичных разностных схем является актуальной для решения не одномерных нестационарных задач механики сплошной среды [1]. Создание параллельных алгоритмов связано с разделением сеточного графа G на домены с целью балансировки загрузки процессоров. Значительный интерес представляет использование для разделения графа G метода спектральной бисекции основанного на анализе вектора Фидлера для матрицы Лапласа L [2].

Разделение графа методом спектральной бисекции соответствует минимизации суммарного веса ребер, соединяющих вершины из двух разных доменов S_1 и S_2 .

Например, для графа G_1 из рис.1а

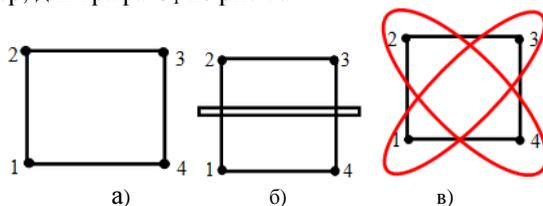


Рис.1

$S_1 = \{4,1\}$, а $S_2 = \{3,2\}$ и домены графа представлены на рис.1б. Для собственного вектора матрицы L , не являющегося вектором Фидлера, $S_1 = \{2,4\}$, $S_2 = \{1,3\}$. Соответствующее разбиение графа представлено на рис.1в. Сравнивая рис.1б и рис.1в заключаем, что вектор Фидлера действительно минимизирует суммарный вес ребер связывающих домены. Приводятся результаты расчетов по разделению графов с большим числом вершин.

Литература

1. Волков К.Н. Балансировка нагрузки процессоров при решении краевых задач механики жидкости и газа сеточными методами. <http://num-meth.srcc.msu.ru/>
2. Гергель В. П. Высокопроизводительные вычисления для многопроцессорных многоядерных систем. – МГУ, 2010. – 544с.

ОБ ОДНОЙ РАЗНОСТНОЙ СПЛАЙН-СХЕМЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Косова О.Н.

Научный руководитель: ст. преподаватель Каминская Е.В.
Томский государственный университет
E-mail: kosova-olga_89@mail.ru

Будем рассматривать простейшую математическую модель конвективно-диффузионного распространения загрязняющего вещества в водоеме. Для упрощения модели предположим, что вектор скорости водного потока и диффузия постоянны в рассматриваемой области.

Пусть задача задана в области $\Omega = \{0 < x < H\}$ с границей $\partial\Omega = \{x = 0; x = H\}$, где $t \in [t_0, T]$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = t_0, \quad C = \begin{cases} c_0, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases} \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0, \quad C = c_0; \quad x = H, \quad \frac{\partial C}{\partial x} = 0. \end{array} \right. \quad (3)$$

В уравнении (1) V – вектор скорости водного потока, D – коэффициент диффузии, C – концентрация вещества.

В расчетной области $\overline{\Omega}$ построим равномерную сетку

$$W = \left\{ (x_i, t^n); x_i = ih, \quad t^n = n\tau, \quad i = \overline{0, N}, \quad n = 0, 1, \dots, \quad h = H / N \right\}$$

Проинтегрировав уравнение (1) по формуле средних прямоугольников на $[x_i, x_{i+1}]$, и, заменив производную по времени с первым порядком аппроксимации по τ , а производную от концентрации на производную от весового кубического базисного сплайна (7), получим следующую разностную схему:

$$\tilde{C}_{i+\frac{1}{2}} = S_i\left(x_{i+\frac{1}{2}}\right) + \frac{D\tau}{h}(S'_i(x_{i+1}) - S'_i(x_i)) - \frac{V\tau}{h}(C_{i+1} - C_i). \quad (4)$$

Дополним ее начальными и граничными условиями

$$C_i = 0, \quad i = \overline{1, N}, \quad C_0 = c_0, \quad (5)$$

$$\tilde{C}_0 = c_0, \quad \tilde{S}'(x_N) = 0. \quad (6)$$

Построенная разностная схема дает значение функции в точках $\left(x_{i+\frac{1}{2}}, t_j\right)$. Для восстановления значений в целых точках используется сплайн-аппроксимация весовым сплайном на основе базисных функций

$$S_i(x) = \sum_{k=i-1}^{i+2} b_k B_k(x), \quad (7)$$

где b_i и $B_i(x)$ задаются как в [1].

В работе строится процедура адаптивного подбора параметров ω_i [1] сплайна (7), позволяющая монотонизировать решение. Построенная схема тестируется на задаче с правой частью, допускающей точное решение, и дает удовлетворительные результаты.

Литература

1. Шестая Сибирская конференция по параллельным и высокопроизводительным вычислениям [Электронный ресурс] / под ред. проф. А. В. Старченко. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2012. – 190 с. – URL: <http://ssspc.math.tsu.ru/6TH/sbornik.pdf>. – (дата обращения : 12.04.2013).
2. *Завьялов Ю.С.* Методы сплайн-функций / Ю.С. Завьялов, Б.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко: под ред. Н. Н. Яненко.– М.: Наука, 1980.– 352 с.

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ СВЕРХЗВУКОВОГО ВЯЗКОГО ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

Котов И.А.

Научный руководитель: Гольдин В.Д.

Томский государственный университет

E-mail: kia1992@bk.ru

Рассматривается задача вязкого сверхзвукового обтекания затупленных тел, которая часто встречается в природе и технике. В качестве математической модели используется модель вязкого ударного слоя в двумерной постановке.

Сложность задачи заключается в том, что основная система уравнений нелинейна, имеет переменный тип, и, кроме того, граница области определения неизвестных функций должна определяться в процессе решения.

Целью работы является создание быстрого и достаточно точного численного алгоритма решения этой задачи.

В основу алгоритма положено использование для решения системы дифференциальных уравнений численного метода И.В.Петухова [1-3], имеющего четвертый порядок аппроксимации по координате, ортогональной поверхности обтекаемого тела, и первый порядок – по продольной координате.

Для определения границы области – положения головной ударной волны – разрабатывается оригинальный вариант метода глобальных итераций. Метод заключается в том, что для определения отхода ударной волны выводится обыкновенное дифференциальное уравнение со знакопеременным коэффициентом перед старшей производной.

Литература

1. Гиперзвуковая аэродинамика и теплообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов / под ред. Г. А. Тирского. – М. : Физматлит. 2011. - 546 с.
2. Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы : сб.ст. / отв.ред. А. А. Дородницын. – М. : Наука, 1964. – 351 с.
3. Математическое моделирование. – М. : Издательство РАН, 1999.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА В ОБЛАСТИ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИИ

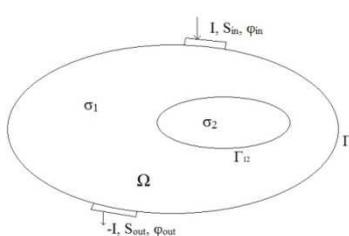
Кошкина А.А.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Старченко А.В.

Томский государственный университет

E-mail: alisakoshkina@yandex.ru

Одним из методов медицинской визуализации является электроимпедансная томография (ЭИТ). В исследованиях ЭИТ в качестве зондирующего агента используется электрический ток, искомой величиной является распределение электрического сопротивления (импеданса) внутри биологического объекта. Реконструкция изображения ЭИТ требует решения прямой и обратной томографических задач. Прямая задача обычно решается аналитическими или численными методами и включает уравнение эллиптического типа с переменными коэффициентами и условия Неймана на границе.



$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}(\sigma(x, y) \operatorname{grad} \varphi) = 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0, \quad (x, y) \in \Gamma_{air} \\ \int_{S_{in}} \sigma \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS = I, \\ \varphi(x, y) = \varphi_{in}, \quad (x, y) \in \Gamma_{in}; \\ \int_{S_{out}} \sigma \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS = -I. \end{array} \right.$$

Рис. 1. Двухэлектродная модель

В работе рассматривается три способа построения разностной схемы для численного решения: неизвестные значения сеточной

функции φ_n сопоставляются с центром масс треугольника; с вершинами треугольника (используются либо ячейки Дирихле-Вороноя, либо базисные функции $N_i(x, y)$). При аппроксимации дифференциальной задачи используется метод конечного объема.

Работа выполнена при поддержке ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 гг. (Соглашение № 14.В37.21.0667).

Литература

1. Кошкина А.А. Численное решение уравнений эллиптического типа на неструктурированных сетках / Современные проблемы математики и механики: Материалы III Всероссийской молодежной научной конференции / Под ред. Филькова.– Томск: Изд-во Том. ун-та, 2012 г. - С.312-316.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА ПРИМЕСИ В АТМОСФЕРНОМ ВОЗДУХЕ

Лейко О.В.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Шельмина Е.А.
Томский государственный университет
E-mail: lov491@yandex.ru

В представляемой работе рассматривается численная реализация двумерной нестационарной задачи переноса примеси. Физическая постановка данной задачи заключается в следующем: требуется определить значения концентрации примеси в точках области $[0, L_x] \times [0, L_y]$, где в момент времени t_0 в точке с координатами (x_0, y_0) происходит выброс примеси от источника мощностью Q .

С учетом принятой физической постановки задачи, уравнение, моделирующее перенос газообразной примеси в заданном потоке, представляется в следующем виде [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**11]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = \Gamma \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \Gamma \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + Q, \quad (1)$$

где C - концентрация примеси, U, V - скорость ветра, Γ - коэффициент диффузии, Q - интенсивность поступления примеси.

Начальные и граничные условия для уравнения (1) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} C(0, x, y) &= C_0(x, y), \\ C(t, 0, y) &= \Psi_1(t, y), \quad C(t, x, 0) = \Psi_3(t, x), \\ C(t, L_x, y) &= \Psi_2(t, y), \quad C(t, x, L_y) = \Psi_4(t, x), \end{aligned} \quad (2)$$

где $C_0(x, y)$ - функция, определяющая значение функции $C(t, x, y)$ в начальный момент времени $t=0$; $\Psi_1(t, y), \Psi_2(t, y), \Psi_3(t, x), \Psi_4(t, x)$ - заданные функции, описывающие поведение функции $C(t, x, y)$ на границах исследуемой области.

Для численной реализации задачи (1) – (2) используются явные разностные схемы: Urwind и MLU. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, решение по которым сравнивалось с аналитическим решением. Это сравнение показало, что наиболее точные результаты дает применение схемы MLU.

Литература

1. Берлянд М.Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1985. 272 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИЙ ГРИНА В АЛГОРИТМЕ SIFT

Максимов Г. А.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Богословский Н. Н.

Томский государственный университет

E-mail: maximov.ga@gmail.com

Алгоритм SIFT (Scale-Invariant Feature Transform) представляет собой метод выделения ключевых (особых) точек изображения с последующим построением дескрипторов. Алгоритм состоит из следующих этапов:

1. Масштабно-пространственный детектор: поиск ключевых точек по всем масштабам изображения.
2. Фильтрация обнаруженных ключевых точек для выделения стабильных точек.

3. Назначения одной или нескольких ориентаций для каждой ключевой точки.
4. Вычисление дескрипторов.

Для построения пространства масштабов традиционно используется свертка исходного изображения с гауссовым ядром. В [1] показано, что допустима замена гауссова фильтра сверткой функции изображения с функцией Грина эволюционного оператора, наследующей свойства симметрий этого оператора. Применение подобной фильтрации позволяет выделять дополнительные характеристики инвариантных векторов признаков.

В [1] показано, что использование в качестве ядра свертки функции Грина процесса Орнштейна-Уленбека, (частного случая уравнения Фоккера-Планка) повышает стабильность работы детектора.

В работе проводится анализ эффективности использования функций Грина различных уравнений (процессов) как замены базового элемента алгоритма SIFT.

Литература

1. Вражнов Д., Шаповалов А., Николаев В.. Симметрии дифференциальных уравнений в задачах компьютерного зрения.// Компьютерные исследования и моделирование, 2010.

О РАСЧЕТЕ ТЕПЛООБМЕНА В МНОГОСЛОЙНОМ ОРТОТРОПНОМ КОЛЬЦЕ

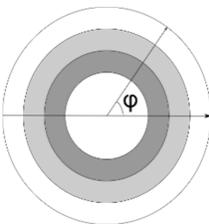
Михневич В.А

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Берцун В.Н.

Томский государственный университет

E-mail: vitalya13ru@mail.ru

В работе рассматривается численное решение нестационарной задачи теплопроводности в многослойном ортотропном кольце с граничными условиями третьего рода [1]. Рассматривается кольцо $K[R_0, R_n] = K[R_0, R_1] \cup \dots \cup K[R_{n-1}, R_n]$, $0 < R_0 < R_1 < \dots < R_n$, где $K[R_i, R_{i+1}] = \{(r, \varphi): R_i < r < R_{i+1}, \varphi \in [0, 2\pi]\}$, $i = 0 \dots n - 1$ и состоит из ортотропного материала с коэффициентами теплопроводности a_r^2 , a_φ^2 . На линиях соприкосновения колец заданы условия идеального теплового контакта. Кроме того на линии раздела сред задана функция источник $f_i(r, \varphi, t)$.



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial t} = \left(a_r^2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + a_\varphi \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} \right) \\ \lambda_i \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=R_0} = \alpha (U(R_0, \varphi, t) - T_{e_1}) \\ \lambda_i \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=R_n} = \alpha (T_{e_2} - U(R_n, \varphi, t)) \\ \lambda_i \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=R_i} = \lambda_{i+1} \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=R_i} + f_i(R_i, \varphi, t) \\ U(R_{i+0}, \varphi, t) = U(R_{i-0}, \varphi, t) \\ U(r, \varphi, t) = U(r, \varphi + 2\pi, t) \\ U(r, \varphi, 0) = U_0(r, \varphi) \\ t \in [0, T_{max}], r \in [R_0, R_n], \varphi \in [0, 2\pi] \end{array} \right.$$

Для решения используется экономичная схема метода суммарной аппроксимации[1]. Приводятся результаты численных расчетов

Литература

1. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем / А.А. Самарский – Наука, 1977 – 656 с.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТРЕХМЕРНОГО КОНВЕКТИВНО-ДИФФУЗИОННОГО УРАВНЕНИЯ НА МНОГОПРОЦЕССОРНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Мурзина Е.А.

Научный руководитель, профессор, д.ф.-м.н. Старченко А.В.

Томский государственный университет

murzina.zhenia@yandex.ru

Глобальные нарушения экологической системы привлекают внимание человечества к проблеме охраны окружающей среды как к особо актуальной. В силу сложности математического моделирования протекания атмосферных процессов актуально применение

современной высокопроизводительной техники с параллельной архитектурой, позволяющее значительно сократить время расчета.

Целью данной работы является построение параллельного алгоритма, обеспечивающего минимальное время численного решения задачи переноса примеси при использовании многопроцессорной вычислительной системы с распределенной памятью.

С математической точки зрения необходимо решить следующую краевую задачу уравнения "конвекции-диффузии":

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + V_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} + V_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} + V_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \left(\Gamma \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) + \left(\Gamma \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) + \left(\Gamma \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) + Q(t, x, y, z);$$

$$(t, x, y, z) \in G, \quad G = \left\{ (t, x, y, z) \mid (x, y, z) \in \bar{\Omega}, t > 0 \right\}, \quad \bar{G} = G \cup \partial G;$$

Начальные и граничные условия имеют следующий вид:

$$\Phi \Big|_{t=0} = \varphi(x, y, z); \quad 0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq y \leq L_y, \quad 0 \leq z \leq L_z;$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \Big|_{x\xi=L_x} = 0; \quad \xi = x, y, z; \quad (x, y, z) \in \partial G, \quad t > 0;$$

Здесь $\Phi = \Phi(t, x, y, z)$ – функция, описывающая концентрацию примеси; $Q = Q(t, x, y, z)$ – функция, которая описывает источник-ый член загрязняющей субстанции; t – время; L_x, L_y, L_z – размеры исследуемой области; $\Gamma \geq 0$ – коэффициент диффузии; $V_x \geq 0, V_y \geq 0, V_z \geq 0$ – компоненты скорости потока ветра;

В работе построена неявная разностная схема, приближенно описывающая рассматриваемую дифференциальную задачу. При аппроксимации конвективно-диффузионного оператора использовалась схема Самарского. В качестве метода решения полученной разностной задачи был выбран метод покоординатного расщепления по Марчку.

Разработан параллельный алгоритм, обеспечивающий минимальное время численного решения задачи переноса примеси при использовании одномерной декомпозиции вычислительной области.

Проведено тестирование построенного параллельного алгоритма с помощью задачи о мгновенном точечном источнике на кластере ТГУ СКИФ Cyberia. Результаты вычислительных экспериментов показали согласованность численных решений с точными, наличие ускорение и высокую эффективность.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФПЦ «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» Соглашение № 14.В37.21.0667.

Литература

1. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. – 315 с.
2. Самарский А.А. Численные методы математической физики / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М. : Научный мир, 2000. – 316 с.
3. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики / Н.Н. Яненко. – Н.: Наука, 1967. – 189 с.

О КЛАССИФИКАЦИИ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Копытова О.В.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Федорова О.П.

Томский государственный университет

E-mail: Oksi250491@yandex.ru

Байесовская теория принятия решений составляет основу статистического подхода к задаче классификации образов. Этот подход основан на предположении, что задача выбора решения сформулирована в терминах теории вероятностей и известны все представляющие интерес вероятностные величины. Успешное применение правила Байеса для классификации цифрового изображения зависит от вида распределений признаков, описывающих изображения. При оценивании распределений важное значение имеет используемая модель данных. В данной работе рассматривается случайный тор $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)$, здесь ξ_i некоторые характеристики пикселя [1]. При таком описании отдельного пикселя, матрицу изображения можно интерпретировать, как выборку. Для которой строим гистограммы h_1, h_2, \dots, h_k . Если выборка, понимается как случайная, а компоненты вектора являются числовыми случайными величинами, то каждую гистограмму можно считать случайной функцией $h_i(b)$. В работе [1] было показано, что на коллекции цифровых изображений цветов для некоторых значений b распределение близко к нормальному. Это позволяет использовать для распознавания сходных изображений байесовские разделяющие функции [2]:

$$g_i(x) = x^t W_i x + w_i^t x + w_{i0},$$

$$W_i = -\frac{1}{2}\Sigma_i^{-1},$$

$$w_i = \Sigma_i^{-1}\mu_i,$$

$$w_{i0} = -\frac{1}{2}\mu_i^t \Sigma_i^{-1} \mu_i - \frac{1}{2} \log |\Sigma_i| + \log P(\omega_i).$$

Литература

1. Камышенко Е. С. Тезис: исследование распределений выборочных характеристик цифрового изображения / Е. С. Камышенко, О. В. Копытова, О. П. Федорова
2. Дуда Р. Распознавание образов и анализ сцен / Р. Дуда, П. Харт / пер. с англ. Г. Г. Вайнштейн, А. М. Васьяковский / под ред. В. Л. — М.; Мир, 1976. — 511 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФFUЗИОННОЙ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ АУКСИНА С ПОМОЩЬЮ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ

Осипов В. А.

Научный руководитель: Меркулова Н. Н.

Томский государственный университет

E-mail: Viktor456a@mail.ru

Рассматривается диффузионная математическая модель, представляющая изменение концентрации ауксина на ранних стадиях развития растений [1]. Весь процесс описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа, где $u(x, t)$ выступает в роли активатора, $v(x, t)$ в роли ингибитора. Требуется найти функции $u(x, t), v(x, t) \in C_1^1(G) \cap C_1(\bar{G})$, удовлетворяющие начальным и граничным условиям.

Дифференциальная задача аппроксимируется неявной разностной схемой с прогонкой (схема 1) и неявной разностной схемой с итерациями и прогонкой (схема 2).

Получена оценка погрешности схем, доказана их абсолютная устойчивость.

Проведен вычислительный эксперимент на компьютере. Динамика поведения ауксина и его ингибитора оформлена в виде графиков, на которых видно как ауксин за счет автокатализа постепенно набирает рост и это приводит к неизбежному увеличению концентрации ингибитора, вследствие этого в системе устанавливается стационарное состояние, где нулевая концентрация ауксина наблюдается на конечном интервале.

Результаты расчетов согласуются с полученными ранее в [2] результатами для упрощенной модели.

Литература

1. Гельфанд Е. В. Математическое моделирование изменений концентраций ауксина на ранних этапах эмбриогенеза растений / Е. В. Гельфанд, О. В. Демин, Е. Э. Данилина // Биофизика. - 1999. - Т. 44, вып. 1. - С. 112-119.
2. Осипов В.А. Исследование упрощенной модели изменения концентрации ауксина // 3 Всероссийская молодежная научная конференция "Современные проблемы математики и механики", г. Томск, 23-25 апреля 2012 г. Сборник трудов. - Томск: Изд. - во Том. ун-та, 2012 - с. 195 - 196.

МЕТОД ГЛОБАЛЬНЫХ ИТЕРАЦИЙ В ЗАДАЧЕ СВЕРХЗВУКОВОГО НЕВЯЗКОГО ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ

Помогаева С. В.

Научный руководитель: ст. преподаватель Гольдин В. Д.

Томский государственный университет

E-mail: lanapom92@gmail.com

Задача обтекания затупленных тел при сверх- и гиперзвуковых скоростях имеет широкое применение в таких областях природы и техники как баллистика, ракетостроение, метеорная физика, самолетостроение и др.

В работе эта задача рассматривается в невязком приближении на основе двумерных уравнений Эйлера для совершенного газа с граничными условиями на теле и на поверхности головной ударной волны.

Исходная система уравнений в частных производных является нелинейной. Она имеет переменный тип: эллиптический в дозвуковой, и гиперболический в сверхзвуковой области. Кроме того, положение ударной волны неизвестно и должно определяться в процессе решения. В настоящее время универсальных и достаточно быстрых методов решения данной задачи нет.

В основу численного метода решения задачи положено использование неявного конечно-разностного метода решения системы уравнений в частных производных первого порядка, записанной в матричном виде.

Для определения неизвестного положения ударной волны разработан новый вариант метода глобальных итераций [1]. Он сводится к построению обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка для определения отхода ударной волны. Это уравнение имеет особую точку, в которой обращается в нуль коэффициент при старшей производной. Условие гладкости решения в окрестности этой точки является дополнительным условием, замыкающим задачу.

Литература

1. Гиперзвуковая аэродинамика и теплообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов / под ред. Г. А. Тирского. – М. : Физматлит. 2011. - 546 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ К ЗАДАЧАМ КЛАССИФИКАЦИИ И РАСПОЗНАВАНИЯ

Семёнов Е.В.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Старченко А.В.

Томский государственный университет

E-mail: semenov_evgeny@sibmail.com

Искусственные нейронные сети (далее ИНС) наилучшим образом приспособлены для задач, в которых сложно или вовсе невозможно получить алгоритм решения. ИНС способны подстраиваться под условия задачи и, обучаясь путём изменения “весов”, находить приближенное решение, близкое к точному [1].

ИНС можно представить в виде функции $G(X,W)=Y$, где X, Y – векторы входных и выходных параметров, W – матрица весовых коэффициентов [2].

В данной работе рассматриваются две задачи применения ИНС. Первая задача исследования состояла в следующем: запрограммировать и обучить ИНС так, чтобы по заданному бинарному вектору она определяла каких компонент вектора больше, 0 или 1, или же случай их равного количества. С задачей сеть справилась безупречно.

но и в результате опытов погрешность ошибки сведена к минимуму всего за 5 – 7 итераций обучения.

Вторая задача ставилась так: научить ИНС по заданному монохромному изображению, содержащему некоторое количество шума, определять какому из изученных ею ранее образов изображение соответствует. Результат работы показал, что ИНС можно успешно использовать для задач распознавания образов даже там, где человеческий глаз бессилён.

Литература

1. ИНС [Электронный ресурс] // Википедия : свободная энцикл. – Электрон. дан. – [Б. м.], 2013. – URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/Искусственная_нейронная_сеть.– (дата обращения: 10.03.2013).
2. Тархов Д. А. Нейронные сети. модели и алгоритмы. Кн. 18. – М.: Радиотехника, 2005. – 256 с.: ил. (Научная серия «Нейрокомпьютеры и их применение», редактор А. И. Галушкин).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА В АТМОСФЕРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Ситников Г.И.

Научный руководитель – профессор, д.ф-м.н. Старченко А.В.

Томский государственный университет

E-mail: SGI93@mail.ru

Изучение атмосферных процессов, происходящих в атмосферном пограничном слое, является важной задачей, поскольку именно в этой части атмосферы наиболее интенсивно протекают термодинамические процессы. Одним из основных инструментов в исследовании атмосферы является математическое моделирование.

Мезомасштабные (или локальные) модели атмосферы находят свое применение для решения различных прикладных задач: локальный прогноз погоды, изучение формирования атмосферных циркуляций, образования туманов и облачности и т.п. Одну из основных ролей в формировании атмосферных процессов играет перенос тепла и влаги. Тепло в атмосфере переносится как за счет переноса масс воздуха и содержащихся в нем субстанций, так и в виде лучистых потоков (радиации). Под радиационным теплообменом

понимается перенос тепла излучением, то есть электромагнитными волнами со скоростью света.

В работе построена модель радиационного переноса тепла как при ясном небе, так и при наличии облачности. Используется подход, основанный на делении всего спектра излучения на коротковолновую и длинноволновую составляющие [1]. Поток солнечного излучения, имеющий практически не меняющееся значение, трансформируется, преодолевая толщу земной атмосферы. Поток длинноволнового излучения Земли, распространяясь по высоте, также претерпевает изменения, рассеиваясь атмосферой с одной стороны, но и усиливаясь излучением самой атмосферы с другой.

Рассмотренная в работе модель была применена для исследования атмосферных процессов во время грозы 27 августа 2012 года в районе Томска.

Литература

1. Mahrer Y., Pielke R. The Effects of Topography on Sea and Land Breezes in a Two-Dimensional Numerical Model // Monthly Weather Review, 1977, Vol. 105, pp. 1151–1162.

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ УСИЛЕНИЯ ИММУННОГО ОТВЕТА

Султонова Ш.Х.

Научный руководитель: ст. преподаватель Меркулова Н.Н.

Томский государственный университет

E-mail: sultonova_sh@sibmail.com

Математическое моделирование находит применение во многих областях науки, в частности в медицине.

В данной работе изучаются три математические модели (M_0 , M_1 , M_2) развития иммунного ответа организма для исследования двух возможных гипотез о механизме действия стимулятора антителопродукции (САП) [1]. В иммунном ответе участвуют антигены, антитела, плазмоклетки и «молчащие» клетки. Согласно первой гипотезе, САП включает в работу «молчащие» плазмоклетки. Согласно второй гипотезе, введение САП приводит к увеличению времени жизни плазмоклеток.

Все уравнения моделей приведены к безразмерному виду и получены стационарные решения, которые исследованы на устойчи-

вость. Установлено, что имеет место асимптотическая устойчивость по Ляпунову при любых положительных параметрах моделей.

Проведен вычислительный эксперимент с применением одношаговых методов Рунге-Кутты, многошаговых методов Адамса и чисто неявного многошагового А-устойчивого метода. Результаты оформлены в виде графиков. Модель M_0 рассматривалась в качестве контрольной. Показано, что итогом численного эксперимента является вывод антигенов из организма и его выздоровление, причем в моделях M_1, M_2 с действием САП выздоровление протекает быстрее.

Рассмотрено действие САП в зависимости от времени его введения. Из анализа результатов следует, что более раннее введение САП в заболевший организм ускоряет процесс выздоровления.

Проведены дополнительные исследования: изучены характеристика роста количества плазмоклеток, а также динамика коэффициента усиления иммунного ответа. Гипотезы, высказанные в работе [1], подтверждены результатами расчетов.

Литература

1. Математические модели в иммунологии и медицине: Сборник статей/ Пер. с англ. под ред. Г. И. Марчука, Л. Н. Белых. – М.: Мир, 1986. – 310с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ОБЛАЧНОСТИ И ОСАДКОВ В АТМОСФЕРЕ

Терентьева М. В.

Научный руководитель – профессор, д.ф.-м.н. Старченко А. В.

Томский государственный университет

E-mail: mariya-terenteva@mail.ru

В Томском государственном университете разрабатывается мезомасштабная метеорологическая модель высокого разрешения для прогноза и исследования погодных явлений [1]. Современная метеорологическая модель кроме основной системы уравнений гидро-термодинамики для расчета полей скорости ветра, потенциальной температуры, плотности и давления, должна включать современную схему микрофизики влаги, оперирующую, по крайней мере, с тремя видами атмосферной влаги – водяным паром, облачной и дождевой влагой – учитываются образование облачности и выпадение осадков в виде дождя, снега и др.

Целью данной работы является построение математической модели, учитывающей помимо парообразной образование облачной и дождевой влаги, разработка вычислительного блока микрофизики влаги для метеорологической модели ТГУ и их апробация для реальных условий.

В данной работе математическая модель образования облачности и влаги опирается на параметризацию Кесслера [2], в которой рассматриваются процессы аккреции (захват облачной влаги дождевой), автоконверсии (слипания облачных капель с образованием дождевых), конденсации и испарения.

В результате была построена система уравнений в частных производных с начальными и граничными условиями, которые интегрируются с помощью метода конечных объемов и неявных разностных схем. Получившиеся после аппроксимации системы трехточечных уравнений решаются методом прогонки.

Разработанный вычислительный блок микрофизики влаги был включен в метеорологическую модель однородного атмосферного пограничного слоя и применен для расчета осадков на 16 июня 2012 года. Результаты сравниваются с наблюдениями и расчетами по другим моделям.

Литература

1. Старченко А.В. Численное исследование локальных атмосферных процессов // Вычислительные технологии. – 2005, №10. С. 81-89.
2. Kessler E. On the distribution and continuity of water substance in atmospheric circulation // Meteor.Monogr. – 1969. – V. 10. – 84 p.

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ МОРФОГЕНЕЗА РАСТЕНИЙ

Уколов Р.Ю.

Научный руководитель: ст. преподаватель Меркулова Н.Н.

Томский государственный университет

E-mail: romka-karasuk@mail.ru

Морфогенез представляет собой одну из наиболее сложных для моделирования задач биологии [1]. Живой организм, как динамическая система, состоит из четырёх полуавтономных уровней: молекулярного, клеточного, тканевого, организменного. Моделирование морфогенеза заключается в моделировании процессов каждого

уровня и последовательного перехода между ними и осуществляется, как правило, в одномерной или двумерной постановке.

В данной работе изучаются простейшие модели: экспоненциальный рост (модель 1), ограниченный рост (модель 2) и незатухающие колебания (модель 3) популяции клеток тканей растения [2]. В модели 1 экспоненциальный рост обусловлен автокатализом, и скорость роста зависит от параметра R . Показано, что в модели 2 возможны бифуркации и установлены границы параметра модели, где нет ветвлений. В случае модели 3 получены стационарные решения и найдены условия на параметры модели. Численное решение для незатухающих колебаний вычислено по методу Эйлера и оформлено в виде графиков, демонстрирующих характер поведения популяции клеток растения с течением времени.

Литература

1. Математическое моделирование морфогенеза растений / Г. Г. Лазарева, Миронова В. В, Омелянчук Н. А., Шваб И. В., Вшивков В. А., Горпинченко Д. Н., Николаев С. В, Колчанов Н. А. // Сиб. журн. вычисл. Математики. – 2008. – Т. 11, № 2. – С. 151-166.
2. Ризниченко Г. Ю. Математические модели биологических процессов : учеб. пособие / Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин – М. : Изд-во МГУ, 1993. – 302 с.

ВЫБОР ПРИЗНАКОВ ИЗОБРАЖЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИЗА ГЛАВНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ

Чернодубова К. С.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Богословский Н. Н.
Томский государственный университет, Томск

Рассматривается метод выбора подмножества признаков, меньшей размерности, которое содержит в себе большую часть важной информации из набора оригинальных признаков объекта. Для выбора используются критерии метода главных компонент.

В современных задачах компьютерного зрения для классификации и распознавания образов используется большое количество векторов признаков исходных объектов. Одной из основных проблем является уменьшение размерности данного вектора, с целью сокращения объема входных данных и вычислительной трудоемкости алгоритмов.

В работе рассматривается вычислительно эффективный метод выбора информативных признаков, использующий структуру главных компонент набора оригинальных признаков.

Пусть вектор признаков X имеет размерность n , тогда алгоритм может быть сведен к пяти следующим шагам:

1. Вычисляется ковариационная или корреляционная матрица вектора признаков размерности $n \times n$.
2. Вычисляются собственные значения и собственные вектора матрицы.
3. Выбирается размерность подпространства $q < n$ и строится матрица A_q (размерности $n \times q$) из собственных векторов.
4. Производится кластеризация векторов V_i , которые являются строками матрицы A_q на $r \geq q$ кластеров.
5. Для каждого кластера находится соответствующий вектор V_i , который является наиболее близким к центру кластера. Выберем соответствующий ему признак $x_i \in X$ в качестве главного признака. Этот шаг позволяет выбрать $r < n$ признаков.

Был проведен эксперимент, сравнивающий временные затраты и точность классификации объектов с использованием данного метода и без него. В результате получили, что время классификации после отбора наиболее информативных признаков значительно сократилось, при этом потеря точности была незначительной.

Литература

1. Jolliffe, I.T. Principal Component Analysis // Springer-Verlag, New-York – 1986.
2. Feature Selection Using Principal Feature Analysis / Yijuan Lu [и др.] // ACM Multimedia – 2007. – September 23-27.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСИ В КАНАЛЕ

Чуруксаева В.В.

Научный руководитель: ст.преподаватель Михайлов М.Д.
Томский государственный университет
E-mail: chu.vv@mail.ru

Наиболее важным для практических задач является моделирование потоков под поверхностью жидкости, где значительно влияние

на поток свободной поверхности и рельефа дна. Такие течения описываются уравнениями мелкой воды [1].

В данной работе на основе уравнений мелкой воды строится математическая модель ламинарного нестационарного течения в канале и конвективного переноса примеси в нем, а также решается задача распада произвольного разрыва кусочно-постоянных начальных данных.

Для решения поставленной задачи конструируется двухшаговая схема Лакса-Вендроффа для уравнений гидродинамики и противоположная схема для уравнения конвекции.

В результате исследований вопросов аппроксимации и устойчивости численных методов показано, что решение, полученное по схеме Лакса-Вендроффа сходится к точному при условии $\tau \leq s / \max_j |\omega_j|$, $j = \overline{0, N}$. (ω_j – собственные значения линеаризованной системы) со скоростью $O(\tau, h^2)$, а решение, полученное для конвективного уравнения сходится к точному при условии $\tau \leq s / \max_i |\mu_i|$, $i = \overline{0, N}$, со скоростью $O(\tau, h)$.

Расчеты проводились для прямолинейного канала длиной 1000 м, шириной 200 м с уступом дна. По результатам численных расчетов можно судить о скорости распространения примеси в потоке и влиянии разрыва начальных данных и рельефа дна на течение.

Сравнение полученных приближенных решений с результатами из [1] показало совпадение, что говорит об адекватности построенных моделей и корректности расчетов и делает возможным обобщение простейших моделей на более сложные случаи, где учитывается воздействие на поток внешних сил и сложная геометрия русла.

Литература

1. Петросян, А. С. Дополнительные главы гидродинамики тяжелой жидкости. – М. : ИКИ РАН, 2010. – 127 с.
2. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М. Мир, 1976. – 612 с.

МОДИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМА МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МУЛЬТИЯДЕР

Юнышев А. А.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Богословский Н.Н.
Механико-Математического факультета ТГУ
E-mail: nemio.art@gmail.com

Рассматривается метод обучения General Multiple Kernel Learning (GMKL) и его модификация для случая линейной комбинации простых ядер.

Последние достижения в машинном обучении показали, что методы с использованием мультиядер могут быть использованы для решения большого спектра задач. А качество работы алгоритма распознавания напрямую зависит от выбора ядра для классификатора.

Целью машинного обучения с использованием мультиядер является построить модель, где ядро представляет собой линейную комбинацию простых ядер, уже хорошо известных в литературе [2]. Обучение ядра представляет собой композицию из подбора весовых коэффициентов для суммы простых ядер, и в оптимизации параметров для каждого из ядер отдельно. Для решения первой задачи используется градиентный спуск, а для второго - метод опорных векторов [4] (SVM). Все это делает его более надежным и эффективным в распознавание, чем традиционное машинное обучение с несколькими ядрами (MKL).

В оригинальном алгоритме эти шаги независимы, нами предлагается изменить это и вести подбор параметров одновременно.

Литература

1. Manik Varma, Bodla Rakesh Babu. More Generality in Efficient Multiple Kernel Learning, 2009.
2. Manik Varma, Debajyoti Ray. Learning The Discriminative Power-Invariance Trade-Off, 2007.
3. Rakotomamonjy, A., Bach, F., Grandvalet, Y., & Canu, S. Simplemkl. JMLR, 9, 2491–2521, 2008.
4. Chapelle, O., Vapnik, V., Bousquet, O., & Mukherjee, S. Choosing multiple parameters for Support Vector Machines. Machine Learning, 46, 131–159, 2002.
5. Danskin, J. M.. The theory of max-min and its applications to weapons allocation problems, 1967.

СЕКЦИЯ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ РЕЗЕРВИРОВАНИИ

Губин В.Н.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Пестов Г.Г.

Томский государственный университет

E-mail: vovantus@sibmail.com

Пусть S – система с дискретным временем. В моменты времени $t=0,1,2,\dots$ производится проверка всех включённых в работу элементов и включение или выключение некоторых элементов. В заданный момент времени имеется r исправных элементов. Стратегией резервирования называется функция $K(r)$, такая, что $1 \leq K(r) \leq r$, заданная на множестве натуральных чисел, значениями которой является то количество элементов, которое нужно включить в работу, если имеется r исправных элементов. Критерием резервирования назовём функционал, определённый на множестве пар $(r, K(r))$, принимающий неотрицательные значения. Стратегию, которая доставляет максимум выбранному критерию, будем называть оптимальной и обозначать через $K_0(r)$. Обозначим через $T(r, k)$ среднее время работы системы, если на первом шаге в работу включается k исправных элементов, а на следующем шаге используется оптимальная стратегия. $T(r)$ – математическое ожидание времени безотказной работы при оптимальной стратегии, если в наличии имеется r исправных элементов. Тогда по формуле полного математического ожидания получаем

$$T(r, k) = \sum_{i=0}^{k-m} C_k^i p^{k-i} q^i T(r-i) + 1 \quad (1)$$

Рассмотрим класс моделей с управляемым резервом, в котором выполнены следующие свойства:

- 1) $T(r)$ возрастает с ростом r и выпукла;
- 2) Отношение $\frac{T(r+1)}{T(r)}$ убывает с ростом r ;

- 3) $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{T(r+1)}{T(r)} = 1$;
- 4) $T(r, k)$ выпукла по k на промежутке $[1, K_0(r)+1]$ и не возрастает на промежутке $[K_0(r)+1, r]$;
- 5) Для оптимальной стратегии выполнено $K_0(r) \leq K_0(r+1) \leq K_0(r)+1$.

Литература

1. Пестов Г.Г., Ушакова Л.В. Исследование оптимальных стратегий в задаче динамического резервирования. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1973, №5.
2. Герцбах И.Б. Об оптимальном управлении включением резервных элементов. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1966, №5.
3. А.Л. Райкин. Элементы теории надёжности технических систем. М.: "Советское радио", 1978.

АВТОРЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ДАННЫХ РЕАНАЛИЗА

Дарханов А.В.

Научный руководитель: ст. преп. Емельянова Т.В.

Томский государственный университет

E-mail: darkhanov91@mail.ru

Реанализ – это научный метод для ведения полной истории изменения климата и погоды с течением времени. Продукт этого метода – данные реанализа. В нем скомбинированы наблюдения и численная модель, которая отображает один или несколько аспектов биосистемы, для получения смешанной оценки состояния биосистемы. Обычно данные реанализа охватывает несколько десятилетий и дает информацию обо всем мире, начиная от поверхности Земли до стратосферы. Данные реанализа широко используются в климатических исследованиях, включая мониторинг и сравнение текущих и прошедших климатических условий. Также его используют для установки причин вариаций и изменений климата, для подготовки прогнозов. Все больше и больше информацию из архивов используют в коммерческих и бизнес-приложениях страхования, энергетики, агрокультуры и водных ресурсов. [1]

В Институте Мониторинга Климатических и Экологических Систем СО РАН была разработана геоинформационная вычислитель-

ная веб-система для статистической обработки и анализа архивов пространственно-привязанных геофизических данных, полученных в результате наблюдений и моделирования. Функциональные возможности разработанной системы включают в себя выбор территории и характеристик для анализа, обработки и визуализации результатов. Этот проект реализован и использованием языков программирования высокого уровня ITTVIS Interactive Data Language 7.0 (IDL) и GNU Data Language (GDL).

Работа предполагает добавление операции авторегрессии или авторегрессионную модель первого порядка в список функциональных возможностей. Это будет реализовано с помощью языка программирования высокого уровня IDL.

Литература

1. Reanalysis Intercomparison and Observations [Электронный ресурс] URL: <http://www.reanalysis.org>

АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕГРЕССИИ

Козырев А.С.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н. Пчелинцев Е.А.

Томский государственный университет

E-mail: courier@sibmail.com

Рассматривается задача оценивания неизвестных параметров $\theta_1, \dots, \theta_p$ по наблюдениям процесса

$$dy_t = \sum_{j=1}^p \theta_j \varphi_j(t) dt + dw_t, \quad 0 \leq t \leq n, \quad (1)$$

где $\varphi_j(t)$ - ортонормированный базис из пространства $L_2[0, n]$, $(w_t)_{t \geq 0}$ - винеровский процесс. Качество оценки $\hat{\theta}$ измеряется среднеквадратическим риском

$$R(\theta, \hat{\theta}) = E_{\theta} \left\| \theta - \hat{\theta} \right\|^2, \quad \left\| \theta \right\|^2 = \sum_{j=1}^p \theta_j^2.$$

В работе предлагаются оценки вида

$$\tilde{\theta}_{n,j} = \left(1 - \frac{c}{\|\hat{\theta}_n\|} \right)_+ \hat{\theta}_{n,j}, j = \overline{1, p}, \quad (2)$$

где c - некоторая положительная константа, $\hat{\theta}_j$ - оценка МНК, определяемая по формуле

$$\hat{\theta}_{n,j} = \frac{1}{\sqrt{n}} \int_0^n \varphi_j(t) dy_t.$$

Обозначим $\Delta_n(\theta) = R(\theta, \tilde{\theta}_n) - R(\theta, \hat{\theta}_n)$ - разность рисков оценки (2) и оценки МНК.

Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть наблюдаемый процесс описывается уравнением (1). Тогда оценка (2) с $c = (p-1)/\sqrt{p \cdot n}$ превосходит по среднеквадратической точности оценку МНК для всех $p \geq 2$. При этом

$$\Delta_n(\theta) \leq -(p-1)^2 / (p \cdot n).$$

С помощью теоремы Гаека-Лекама [1] установлено, что предложенная оценка (2) является асимптотически оптимальной в минимаксном смысле.

Теорема. Оценка (2) удовлетворяет предельному соотношению

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \sup_{\theta \in \Theta} R(\theta, T_n) = \limsup_{n \rightarrow \infty} R(\theta, \tilde{\theta}_n),$$

где инфимум берется по всевозможным оценкам T_n параметра $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p) \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^p$.

Замечание. Оценка (2) представляет собой положительную часть улучшенной оценки, предложенной в [2].

Литература

1. Ибрагимов И.А, Хасьминский Р.З. Асимптотическая теория оценивания. М.: Наука, 1979.
2. Пчелинцев Е.А. Процедура Джеймса - Стейна для условно-гауссовской регрессии // Вестн. Томск. гос. ун-та. Матем. и мех. 2011. № 4(16). С. 6–17.

ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЦЕН НА НЕФТЬ

Перелевский С.С.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н. Пчелинцев Е.А.

Томский государственный университет

E-mail: slavaperelevskiy@mail.ru

В работе рассматривается задача прогнозирования цен на нефть. Для построения прогноза используются линейные стохастические модели с дискретным временем (временные ряды) первого порядка следующих типов [1]:

Модель скользящего среднего $MA(1)$

$$y_n = \delta + \varepsilon_n + \theta\varepsilon_{n-1};$$

Авто регрессионная модель $AR(1)$

$$y_n = \delta + ay_{n-1} + \varepsilon_n;$$

Модель авторегрессии и скользящего среднего $ARMA(1,1)$

$$y_n = \delta + ay_{n-1} + \varepsilon_n - \theta\varepsilon_{n-1},$$

где δ , a , θ - параметры моделей, $\varepsilon_n, n=1,2,\dots$ - независимые одинаково распределенные $(0, \sigma^2)$ случайные величины.

Решение задачи включает в себя следующие этапы. На первом этапе построены оценки неизвестных параметров моделей по реальным данным $y_n, n=1,2,\dots,36$, (среднемесячные цены на нефть марки «Brent» за период январь 2010 - декабрь 2012), которые определяются формулами

$$\hat{\delta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k, \quad \hat{a} = \sum_{k=1}^n y_{k-1} y_k / \sum_{k=1}^n y_{k-1}^2, \quad \hat{\theta} = \sqrt{\sigma_n^2 - 1}, \quad \sigma_n^2 = \sum_{k=1}^n (y_k - \hat{\delta})^2, \\ n=36.$$

Далее установлено, что предложенные модели являются адекватными исходным данным. Построен прогноз на один и два шага по времени, используя формулы из [2]. Найдены доверительные границы прогнозных значений. Из полученных результатов следует вывод, что наиболее точный прогноз дает модель $ARMA(1,1)$.

Литература

1. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: Фазис, Т. 1. 1998.

2. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс. 2001.

ИССЛЕДОВАНИЕ КРИТЕРИЯ ХИ-КВАДРАТ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

Седлецкая М.М.

Научный руководитель: доцент Кривякова Э.Н.

Томский государственный университет

E-mail: sedletsкая_margo@mail.ru

Статистические методы анализа данных применяются практически во всех областях деятельности человека. Их используют всегда, когда необходимо получить и обосновать какие-либо суждения о группе объектов (или субъектов) с некоторой внутренней неоднородностью. Распределение «хи-квадрат» является одним из наиболее широко используемых в статистике для проверки статистических гипотез. $\chi^2_n = \sum_{i=1}^n \xi_i^2$ - распределение «хи-квадрат» с n степенями свободы - это распределение суммы квадратов n - независимых стандартных нормальных случайных величин. На основе этого распределения построен один из наиболее мощных критериев согласия - критерий «хи-квадрат» Пирсона. В работе рассматривается случайная величина «хи-квадрат», ее распределение и свойства, а также мы знакомимся с задачами математической статистики, для решения которых можно применить статистику «хи-квадрат». Рассматриваются принципы выбора ширины интервалов группировки данных при построении критериев типа «хи-квадрат».

Литература

1. Кендалл М. Дж., Стюарт А./ Статистические выводы и связи / М. Дж. Кендалл, А. Стюарт, В. Л. Мирошниченко; под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Наука, 1973. – 900 с.
2. Крамер Г./ Математические методы статистики / Г. Крамер; под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Мир, 1975. – 647 с.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ДАННЫХ В ТАБЛИЦАХ СОПРЯЖЕННОСТИ

Хисамутдинова А.Р.

Научный руководитель: доцент Кривякова Э.Н.

Томский государственный университет

E-mail: xisamutdinova1992@mail.ru

Достоверная статистическая обработка демографических показателей является одной из важных задач в вопросах современных исследований. Имеет важное значение для демографических исследований в России и Томской области в частности.

Для обработки используются таблицы сопряженности для представления категоризованных данных, их виды и характеристики, а также критерии согласия, с помощью которых проверяются гипотезы о независимости признаков, и коэффициенты, характеризующие связь двух и более признаков для таблиц сопряженности.

В данной работе описывается критерий χ^2 Пирсона. Когда величина статистики χ^2 превышает табличное значение с заданным уровнем значимости, то гипотеза о независимости отвергается, и возникает задача оценить степень значимости. В этом случае рассматриваются коэффициенты Юла, коллигации, Крамера, коэффициент связи V, коэффициент сопряженности Пирсона.

Данная статья посвящена исследованию зависимости различных демографических данных, в том числе зависимость численности населения от пола и года, смертности от года и причины смерти.

Литература

1. Крамер Г. Математические методы статистики; под ред. А.Н. Колмогорова – М.: Мир, 1975. – 540 с.
2. КендаллМ.Дж. Стюарт А. Статистические выводы и связи – М:Наука - ,1973. – 900 с.

ХЕДЖИРОВАНИЕ В МОДЕЛИ БЛЭКА-ШОУЛСА ПРИ НАЛИЧИИ ТРАНЗАКЦИОННЫХ ИЗДЕРЖЕК

Шевченко Е.А.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Пчелинцев Е.А.

Томский государственный университет

E-mail: work.shea@gmail.com

В работе рассматривается задача хеджирования азиатского опциона при наличии транзакционных издержек в модели Блэка-Шоулса. Предполагается, что безрисковый актив постоянен, $B_t = 1 \forall t$, рисковый актив описывается уравнением $dS_t = \sigma S_t dw_t$, $S_0 > 0$, где $\sigma > 0$ - волатильность, $(w_t)_{t \geq 0}$ - винеровский процесс. Транзакционные издержки постоянны и равны k .

Для решения задачи хеджирования при наличии транзакционных издержек используется стратегия, предложенная Леландом, в которой количество акций γ_t^n в портфеле в момент времени t определяется

где $\gamma_t^n = \sum_{i=1}^n \Phi(v_{t_{i-1}, t_i}) \chi_{(t_{i-1}, t_i)}(t)$, где n - число пересмотра интервалов,

$t_i = \frac{i}{n}$, $v_t = d(t, S_t, \theta)$, $\theta = \theta_n = \sqrt{\sigma^2 + \sigma_0^2} \sqrt{n}$ и $\sigma_0 > 0$ - постоянная.

Тогда стоимость портфеля во время t имеет вид

$V_t^n(S) = C(0, S_0, \theta) + \int_0^t \gamma_u^n dS_u - kJ_t^n$, где $J_t^n = J_t^n(S) = \sum_{t_i \leq t} S_{t_i} |\gamma_{t_i}^n - \gamma_{t_{i-1}}^n|$.

В [1] авторы доказали существование параметра $\sigma_0^2 = 2\sqrt{2}k\sigma/\sqrt{\pi}$, для которого конечная стоимость портфеля сходится к платежной функции по вероятности. Однако, для такого выбора параметра, стратегия Леланда не решает проблему хеджирования опциона.

В работе [2] доказано, что $\forall \sigma_0 > 0$ предельное распределение для конечной стоимости портфеля для стратегии Леланда есть случайная величина со смешанным гауссовским распределением.

Используя этот результат, в работе установлено, что существует такой параметр σ_0 , для которого стратегия Леланда является хеджирующей. найдена справедливая цена для такого опциона.

Литература

1. Kabanov, Yu.M. and Safarian, Mh.M. (1997). On Leland's strategy of option pricing with transaction costs. Finance and Stochastics, 1 (5) 239-250.
2. Pergamenschikov S.M. (2009). Limit theorem for Leland's strategy.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОЦЕНИВАНИЯ

Иванюк Ю.В.

Научный руководитель: ст. преп. Емельянова Т.В.

Томский государственный университет

E-mail: yuliya.ivanyuk.90@mail.ru

Авторегрессионная AR(p)-модель получила большую известность из-за широкого применения в автоматическом управлении, идентификации и моделировании экономических и финансовых временных рядов. Авторегрессионный процесс порядка p (AR(p)-процесс) определяется следующим образом:

$$x_t = \sum_{k=1}^p \theta_k x_{t-k} + \varepsilon_t \quad (1), \quad \text{где последовательность случайных величин } \varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \text{ образует белый шум.}$$

Одной из основных задач при статистическом исследовании модели (1) является оценка коэффициентов $\theta_1, \dots, \theta_p$ по наблюдениям отрезка ряда x_1, \dots, x_n [1].

Обычно для оценивания параметров вектора $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ используют метод наименьших квадратов (МНК)

$$\theta(n) = (\theta_1(n), \theta_2(n))' = M_n^{-1} \sum_{k=1}^n x_{k-1} x_k, \quad M_n = \sum_{k=1}^n x_{k-1} x_{k-1}' \quad (2), \quad \text{где } X_k = (x_k, x_{k-1})'; \text{ штрих обозначает транспонирование; } M_n^{-1} \text{ - обратная к матрице } M_n, \text{ если } \det M_n > 0 \text{ и } M_n^{-1} = 0 \text{ в противном случае [2].}$$

Если корни характеристического полинома $\varphi(z) = z^p - \theta_1 z^{p-1} - \dots - \theta_p$ попадают внутрь единичного круга $|z_j| < 1$, то оценки МНК являются асимптотически нормальными и состоятельными и в AR(p) – модели (1) [3]. Однако если корни

характеристического полинома попадают на границу единичного круга, то асимптотическая нормальность нарушается, более того, например в AR(2)- модели имеет 6 асимптотических распределений на границе области. От этого недостатка свободны последовательные оценки.

Еще один способ оценивания параметров – метод последовательного оценивания. В отличие от использования МНК, он, с момента остановки, является асимптотическим и нормально распределенным в $\theta \in [-1, 1]$. Метод последовательного оценивания определяется заменой объема выборки n в (2) на момент остановки

$\tau(h) = \inf\{n \geq 1 : \sum_{k=1}^n (X_{k-1}^2 + X_{k-2}^2) \geq h\}$, $\inf\{0\} = +\infty$, где h - положительное число. [2]

Литература

1. Т.В. Андерсон. Статистический анализ временных рядов. Изд-во Мир. Москва. 1976г.
2. Leonid Galtchouk, Viktor Konev. Sequential Estimation of the Parameters in Unstable AR(2). Sequential Analysis 25, 1-19, 2006.
3. T.L. Lai. C.Z. Wei. Asymptotic Properties of General Autoregressive Models and Strong Consistency of Least-Squares Estimates of Their Parameters. Journal of multivariate analysis 13, 1-23. 1983.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ С ЗАДАННОЙ СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЙ ТОЧНОСТЬЮ

Шеметова О.А.

Научный руководитель: ст. преп. Емельянова Т.В.

Томский государственный университет

E-mail: Lesya_Shemetova@mail.ru

Одной из главных проблем в анализе временных рядов является прогнозирование значений стационарного процесса по его конечной реализации. Стационарные процессы широко используются в экономике, медицине, физике, механике и других областях человеческой деятельности. Одним из важных аспектов является оценка спектральной плотности процесса, представляющая собой преобразование Фурье ковариационной функции [1], [3]. В работе рассматривается прогнозирование значения стационарного процесса в момент времени $> \tau$ по наблюдениям процесса в промежутке–

$\tau < \tau[2]$. Вычисляется среднеквадратическая точность прогноза авторегрессионного случайного процесса первого порядка при замене неизвестного параметра спектральной плотности на его последовательную оценку .

Литература

1. Булинский А. В. Теория случайных процессов / А. В. Булинский, А. Н. Ширяев. – М.: Физматлит, 2003. – 399 с.
2. Розанов Ю. А. Стационарные случайные процессы / Ю. А. Розанов. – М.: 1963. – 273 с.
3. Розанов Ю. А. Введение в теорию случайных процессов / Ю. А. Розанов. – М.: Наука, 1982. – 127 с.

ПРИМЕНЕНИЯ МАРТИНГАЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛОВ ОТ ВИНЕРОВСКИХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ РАСЧЕТОВ АЗИАТСКИХ ОПЦИОНОВ

Шишкова А.А.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., проф. Пергаменщиков С.М.

Томский государственный университет

E-mail: Shishkova@sibmail.com

Целью данной работы является изучение теории мартингалов, позволяющей проводить расчеты в финансовой математике. А именно теоремы о представлении квадратично интегрируемых мартингалов [1] и её применение в задачах хеджирования для модели Блэка-Шоулса в непрерывном времени с двумя финансовыми активами. Эта модель предполагает определенную стабильность в поведении цен [2].

Практический результат исследования заключается в решении задачи построения хеджирующей стратегии. В качестве основного финансового инструмента использовался опцион. При решении этой задачи были получены результаты:

1. Исследована общая модель Блэка-Шоулса.

2. Доказана теорема о мартингальном представлении.
3. Вычислены коэффициенты $(\alpha_t)_{0 \leq t \leq T}$ мартингального представления для мартингала $M_t = E(f_T | F_t)$, позволяющие в дальнейшем перераспределить портфель ценных бумаг, таким образом, чтобы получить наибольшую прибыль.
4. Вычислена стоимость опциона и найдена хеджирующая стратегия численными методами для данных параметров модели.

Литература

1. Липцер Р.Ш. Статистика случайных процессов / Р.Ш. Липцер, А.Н. Ширяев. – М.:Наука, 1974. – 696 с.
2. Janvresse E. Mathematiques pour la finance et l'assurance / E. Janvresse, S.Pergamenchtchikov, P.I Raynaud de Fitte.

РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМ КОДИРОВАНИЯ И ПЕРЕДАЧИ СООБЩЕНИЙ

Пинясов О.О., Завьялова А.В.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н. Кривякова Э.Н.

Томский государственный университет

E-mail: pinyasov_oleg@mail.ru

Теория информации представляет собой ветвь статистической теории связи. В ее основе лежит статистическое описание источников сообщений и каналов связи. Круг проблем можно охарактеризовать как исследование методов кодирования для экономного представления сообщений различных источников и для надежной передачи их по каналам связи с шумом.[1]

Рассмотрим задачу проблем кодирования и декодирования информации. Любая информация для того, чтобы быть переданной, переводится на язык специальных символов или сигналов, т.е. кодируется. Одной из задач является отыскание наиболее экономных методов кодирования. Она решается как при наличии, так и при отсутствии помех в канале связи. [1]

Для возможности восстановления информации после ее искажения шумами в канале связи в нее до передачи в канал вводят избыточность по специальным правилам. Проблемы, связанные с кон-

кретными способами введения избыточности, являются объектом исследования теории кодирования.[2]

Рассмотрим канал с помехами, то есть, на входе имеем случайную величину x , а на выходе случайную величину y с условными вероятностями $P(y|x)$. [2]

Был рассмотрен код Шеннона-Фено и влияние помех на искажение сигналов.[1]

Изученная теория применяется нами для решения конкретных задач.

Литература

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей – Гос. изд. физ.-мат. лит., 1962 – 576с.
2. Свирид Ю. В. Основы теории информации – БГУ, 2003 – 139с.

СЕКЦИЯ «ТОПОЛОГИЯ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

ИССЛЕДОВАНИЕ ДОПОЛНЯЕМОСТИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Ичигеев Ж.О.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н. Хмылева Т.Е.

Томский государственный университет

E-mail: ichigeev_jo@mail.ru

Рассмотрим метрический компакт K , содержащий сходящуюся последовательность неизолированных точек x_n . Обозначим x_0 предел этой последовательности. Пусть, далее, пространство K' - это копия пространства $K \setminus \{x_0\}$, а K'' - это копия пространства $K \setminus \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$. Заметим, что K' локально компактное метризуемое пространство, а K'' не является локально компактным. Построим сюръективное отображение $\varphi: K' \sqcup K'' \rightarrow K$, которое действует следующим образом: если x' и x'' - это копии точки $x \in K \setminus \{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ в пространствах K' и K'' соответственно, то $\varphi(x') = \varphi(x'') = x$; $\varphi(x'_n) = x_n, n \in \mathbb{N}$; $\varphi(x''_0) = x_0$. Рассмотрим пространства непрерывных функций $C_p(K)$ и $C_p(K' \sqcup K'')$, наделенные топологией поточечной сходимости. Определим линейный оператор $T: C_p(K) \rightarrow C_p(K' \sqcup K'')$ по формуле $T(f) = f \circ \varphi, f \in C_p(K)$. В работе показано, что замкнутое линейное пространство $T(C_p(K))$ недополняемо в $C_p(K' \sqcup K'')$. Но справедлива следующая

Теорема. Пространство $T(C_p(K))$ квазидополняемо в пространстве $C_p(K' \sqcup K'')$.

SC ФУНКЦИИ

Полухина А.В.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н. Хмылёва Т.Е.

Томский государственный университет

E-mail: spongik@yandex.ru

В работе рассматривается следующий вопрос: все ли выпуклые функции являются функциями SC?

Определение: Функция $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ называется выпуклой, если для любых точек $x_1, x_2 \in X$ и для любых $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$ таких, что $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$, выполняется неравенство $f(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2) \leq \lambda_1 f(x_1) + \lambda_2 f(x_2)$.

Пусть $V(X)$ - множество всех выпуклых функций на множестве X .

Определение: Пусть X, Y - топологические пространства. Отображение $f : X \rightarrow Y$ называется функцией SC, если для любого подмножества $A \subset X, A \neq \emptyset$ функция $f|_A$ имеет точку непрерывности.

Все SC функции являются функциями первого класса Бэра. Обратное утверждение неверно. Примером служит функция Римана.

В работе доказаны следующие теоремы.

Теорема 1: Если X - метризуемое компактное выпуклое подмножество топологического векторного пространства, то множество крайних точек X образует множество типа G_δ .

Теорема 2: Выпуклая функция $f : K \rightarrow \mathbb{R}$ является функцией класса SC тогда и только тогда, когда множество крайних точек K - выпуклый компакт.

Литература

1. Половинкин Е. С., Балашов М. В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 416 с.
2. Александров П. С. Введение в общую теорию множеств и функций. – М.: ОГИЗ, 1948. – 368 с.
3. Taras Banach, Bogdan Bokalo On scatteredly continuous maps between topological spaces. Topology and its Applications 157, 2010.

РАВНОМЕРНЫЕ РЕТРАКТЫ В ПРОСТРАНСТВЕ $C_p(X)$

Чимитова Д. Д.

Научный руководитель: профессор, д.ф.м.н. Гулько С. П.

Томский государственный университет

E-mail: darisha89@yandex.ru

В работе рассматривается случай существования равномерно ретракта в пространстве $C_p(X)$.

Пусть $X = \alpha\Gamma$ есть одноточечная компактификация дискретного пространства. Тогда $C_p(X)$ изоморфно пространству $c_0(\Gamma)$:

$c_0(\Gamma) = \{x : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}, \forall \varepsilon > 0 \{ \gamma \in \Gamma : |x(\gamma)| \geq \varepsilon \} - \text{конечно} \}$ с топологией поточечной сходимости. Пусть далее дано отображение $\varphi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$, такое что $\varphi(\gamma) > 0$ для $\forall \gamma \in \Gamma$.

Теорема 1. Выпуклое множество

$$K = \{x \in c_0(\Gamma) : |x(\gamma)| \leq \varphi(\gamma), \forall \gamma \in \Gamma\}$$

является равномерным ретрактом пространства $c_0(\Gamma)$.

Теорема 2. Для любого пространства X , если $C_p(X)$ содержит всюду плотное подмножество типа G_δ из пространства \mathbb{R}^X , то пространство X является дискретным.

Литература

1. Dijkstra, J., Grilliot, T., Lutzer, D. and Van Mill, J.: Function spaces of low borel complexity, Proc. Amer. Math. Soc. 1985, V.94. P.703-710.
2. R. Engelking, General topology, PWN, Warsaw, 1977.

СЕКЦИЯ «ФИЗИЧЕСКАЯ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА»

ДВИЖЕНИЕ НЕИЗОМЕТРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ В ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКАХ

Данейко А.М.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Матвиенко О.В.

Томский государственный университет

E-mail: nastenok1992@gmail.com

Многофазные турбулентные течения (как правило, это потоки жидкости или газа с частицами) используются в многочисленных практических приложениях. В данной работе рассматриваются вопросы, связанные с очисткой промышленных газовых выбросов с диспергированной твердой фазой в аппаратах циклонного типа. Описание реального движения дисперсного потока в циклонах имеет ряд принципиальных затруднений. Одним из них является необходимость учета влияния формы и размеров элементов дисперсной фазы на ее взаимодействие с несущей средой.

Целью настоящей работы является исследование движения одиночной частицы в закрученном газовом потоке. Дифференциальное уравнение движения частицы имеет вид второго закона Ньютона:

$$\rho V \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{F}_D + (\rho_p - \rho_g) V \vec{g},$$

где ρ – плотность, V – объём, \vec{v} – скорость; индекс p относится к частице, g – к газу. Сила сопротивления \vec{F}_D , действующая на неизометрическую частицу, зависит от ее скорости движения относительно газа, определяется тензором сопротивления $\overline{\overline{K}}$ и имеет вид:
$$\vec{F}_D = \overline{\overline{K}} \cdot (\vec{v}_g - \vec{v}_p).$$

Для относительно небольших скоростей вращения внешнего цилиндра движение частицы осуществляется практически по цилиндрической поверхности, а с увеличением скорости вращения – по конической поверхности. С увеличением скорости вращения газа число витков, совершаемых частицей, увеличивается. Проведенные

расчеты показали, что движение частиц существенно зависит не только от их размеров, но также от формы, ориентации в потоке и от закономерностей вращения относительно центра масс. Таким образом, современные алгоритмы расчета характеристик пылеулавливателей должны учитывать несферичность и вращение частиц в потоке.

ВЫБОР СПЕКТРАЛЬНОГО ИНТЕРВАЛА В ПРИЕМНЫХ ТРАКТАХ ТЕПЛОВИЗОРОВ СРЕДНЕГО ИК-ДИАПАЗОНА ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПЛАМЕНИ И ВЛИЯНИЕ ВЛАГОСОДЕРЖАНИЯ РАСТИТЕЛЬНЫХ ГОРЮЧИХ МАТЕРИАЛОВ НА КОЭФФИЦИЕНТ ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАМЕНИ

Иванов А.И.

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Лобода Е.Л.

Томский государственный университет

При проведении исследований природных пожаров отдельной задачей встает вопрос о регистрации температур во фронте горения. Использование термопар в полевых условиях сильно затруднено техническими трудностями и, кроме того, термопары вносят возмущения в исследуемую среду.

В работе представлены результаты экспериментальных исследований по регистрации полей температуры в пламени, образующемся при горении растительных горючих материалов.

Известно, что спектр излучения пламени складывается из спектра излучения продуктов горения в состав которых входят пары воды, углекислого газа и конденсированные продукты горения. Поэтому выбор спектрального интервала играет значительную роль при регистрации полей температуры.

В работе приведены значения коэффициента излучения пламени при различном влагосодержании растительных горючих материалов. Установлено, что в спектральном интервале 2.5-2.7 мкм увеличение влагосодержания приводит к росту коэффициента излучения пламени.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА НА ПОВЕРХНОСТИ КОМПОЗИЦИОННЫХ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ В ПЛАЗМЕННОЙ СТРУЕ

Капарушкина Ю.О.

Научный руководитель: проф., д.ф.м.н. Голованов А.Н., с.т.н.
к.т.н. Зима В.П.

Томский государственный университет

E-mail: fork@sibmail.com

Раскрывается понятие композиционных материалов, их виды, а также, характеристики каждого из них. Оценивается значимость применения таких материалов в авиа и ракетостроении.

Композиционные материалы являются перспективными элементами тепловой защиты конструктивных элементов летательных аппаратов.

В данной работе проводится экспериментальное исследование для ряда композитов, характеристики теплообмена и термического разрушения[1].

Образцы композиционных материалов помещались в плазменную струю генерируемую плазмотроном ЭДП-104А/50. При этом проводилось непрерывное измерение температуры поверхности с помощью пирометра ЭТП-М – 34, убыль массы, рассчитывались плотности теплового потока в стенку[3,4].

Графики изменения температуры и убыль массы приведены на рисунках 1-2:

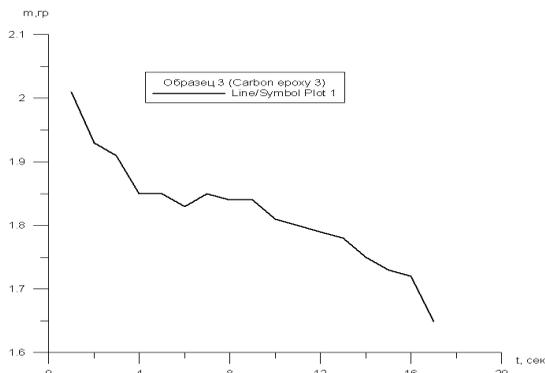


Рисунок 1 – График изменения массы от времени

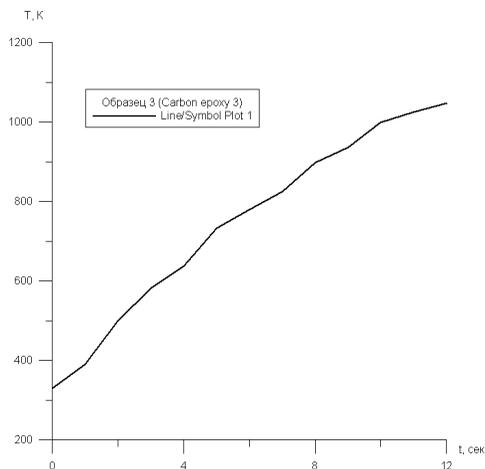


Рисунок 2 – График изменения температуры от времени

Приводятся также графики изменения температуры поверхности от ее шероховатости.

Литература

1. *Гришин А.М., Голованов А.Н.* Математическое и физическое моделирование тепловой защиты. Томск, 2011. 357 с.
2. *Полежаев Ю.В.* Тепловая защита. М., 1976. С. 237–284.
3. *Голованов А.Н.* Малые энергетические возмущения в некоторых задачах механики реагирующих сред. Томск, 1999. 364 с.
4. *Голованов А.Н., Зима В. П., Рулева Е. В.* Способ охлаждения головной части летательного аппарата. № 2463209 В63 с 1/38 от 10.10.2012.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПЛАМЕНИ НА РЕГИСТРАЦИЮ МОДЕЛИ АБСОЛЮТНО ЧЕРНОГО ТЕЛА В УЗКОМ ИК-ДИАПАЗОНЕ

Козловский В.В.

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Лобода Е.Л.

Томский государственный университет

Известно, что пламя, образующееся при горении растительных горючих материалов, является излучающей оптической полупро-

зрачной средой, которая способна поглощать, отражать и пропускать излучение сторонних объектов.

В данной работе представлены результаты экспериментальных исследований по определению влияния пламени, образующегося при горении растительных горючих материалов, на регистрацию высокотемпературного объекта (абсолютно черного тела) при помощи тепловизора в различных спектральных диапазонах.

В эксперименте варьировались запас растительных горючих материалов, толщина слоя пламени, температура модели абсолютно черного тела.

Приводятся значения коэффициента ослабления пламени для спектрального интервала 2,5-2,7 мкм. Установлено, что достоверно зарегистрировать энергетические характеристики экранированного объекта в указанном спектральном интервале возможно только при температурах объекта выше 1100 К.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРА ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПЛАМЕНИ, ОБРАЗУЮЩЕМСЯ ПРИ ГОРЕНИИ РАСТИТЕЛЬНЫХ ГОРЮЧИХ МАТЕРИАЛОВ

Столярчук Н.Д.

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Лобода Е.Л.

Томский государственный университет, Томск,

loboda@mail.tsu.ru

Проведено экспериментальное исследование особенностей регистрации высокотемпературных объектов в ИК-диапазоне и влияние пламени, образованного при горении растительных горючих материалов.

При проведении дистанционных температурных измерений в очагах горения растительных горючих материалов (РГМ) по собственному излучению пламени в инфракрасном диапазоне длин волн (в дальнейшем инфракрасные методы) из-за отсутствия сведений о величинах коэффициентов излучения ϵ , возникает проблема получения термодинамических значений температуры. Эту проблему можно решить путем корректировки значения коэффициентов излучения ϵ инфракрасных изображений по данным измерений температур термометрами в пламени в реперных точках

единовременно с тепловизионными кадрами. Далее, с помощью полученных значений поправочных коэффициентов излучения ϵ корректируется поле температур инфракрасного изображения пламени для каждого кадра измеренной реализации.

Эксперименты проводились в лабораторных условиях. Для измерений использовались тепловизор Inframetrics-760 с частотой 25 кадров в секунду со спектральным рабочим диапазоном $3\div 5$ мкм и тепловизор JADE J530SB оснащённый узкополосным оптическим фильтром в полосе $2.5\div 2.7$ мкм с возможностью регистрации изображений в реальном времени до 170 кадров в секунду. Масса РГМ определялась при помощи электронных весов, влагосодержание РГМ – при помощи анализатора влажности A&D MX-50 с точностью 0,01 %. Температура воздуха, относительная влажность и атмосферное давление контролировались при помощи метеостанции Meteoscan RST01923.

Контрольные температурные измерения проводились при помощи гребенок термопар типа ХА (хромель-алюмель), расположенных в вертикальном направлении над поверхностью образца горючих материалов. Данные термопар регистрировались при помощи комплекса.

В данной работе приведены результаты экспериментальных исследований температурных полей пламени при горении РГМ в ИК-диапазоне. Установлено, что при горении РГМ в спектре температуры пламени присутствуют частотные максимумы в диапазоне 2-7 Гц. Так же установлено, что если температура исследуемого объекта ниже 1100 К, то пламя его полностью экранирует, а при температуре выше 1100 К, регистрируемая температура объекта, при помощи тепловизора становится больше истинной и содержит те же самые частотные максимумы, что и спектр температуры пламени.

СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА, ФИЗИКА В ШКОЛЕ»

ПРИМЕНЕНИЕ ИНВАРИАНТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ

Баев А.Ю., Шендеров В.Ю.

Научный руководитель: учитель математики Кириенко С.Г.

МБОУ лицей при ТПУ, г. Томск

E-mail: inqsoon@mail.ru

Инвариант или *инвариантность* – термин, обозначающий нечто неизменяемое. *Инвариант в математике* – это свойство некоторого класса (множества) математических объектов оставаться неизменными при преобразованиях определенного типа.

В данной работе речь пойдет о задачах, в которых условия не изменяются либо при замене знака одной или нескольких переменных на противоположный (симметрия относительно знака), либо при перестановке нескольких переменных (симметрия относительно перестановки переменных), либо при замене переменной на некоторое выражение с переменной.

Задачи подобного типа часто предлагаются на выпускных экзаменах, различных вступительных испытаниях в вузы, а также на математических олимпиадах. Литературы, где бы данный материал был систематизирован и сопровождается достаточным количеством примеров, практически нет, а в школьных учебниках нет даже и упоминания о применении инвариантности.

Целью данной работы являлась пропаганда применения столь нетрадиционного, но весьма полезного для школьной практики метода.

При решении задач указанного вида используется следующий алгоритм:

- 1) выполняется проверка на инвариантность;
- 2) из проверки выполнения необходимых условий находятся допустимые значения параметра;
- 3) проверяется достаточность условий, т.е. для найденных допустимых значений параметра выполняется проверка того, что при

полученных значениях параметра уравнение (неравенство, система и т.д.) действительно имеет требуемое число решений.

Авторами работы решены более 40 различных заданий с параметрами (уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств), кроме того, более 10 заданий составлены самостоятельно. Весь накопленный материал был систематизирован, классифицирован и опубликован в методическом пособии для учителей и учащихся старших классов образовательных учреждений.

КРИПТОГРАФИЯ. ПЕРВЫЕ ШАГИ К ШИФРОВАНИЮ.

Васильева М.

МАОУ СОШ № 47

E-mail: ulina8@rambler.ru

Наверняка большинство из вас когда-либо хотели создать систему обмена секретными сообщениями друг с другом. Возможно, вы договорились писать все слова задом наперед, или вместо букв употреблять цифры, где каждая цифра будет соответствовать конкретной букве алфавита. Затем вы используете этот код. Письмо с использованием секретного кода называется криптограммой, а наука, изучающая такие письма – криптографией.

При подготовке данной исследовательской работы, я поставила перед собой следующие задачи:

- расширить свои знания в области математики;
- рассмотреть различные способы криптографии;
- научиться применять рассмотренные способы криптографии для составления криптограмм, а также дешифровать криптограммы.

Для зашифровки военных, дипломатических, и иных секретных текстов в разные времена применялись различные способы криптографии.

Например, очень известный шифр Цезаря. Свое название данный шифр получил по имени римского императора Гая Юлия Цезаря. Каждая буква алфавита в зашифрованном послании заменяется на другую букву этого же алфавита путем ее смещения на одинаковое количество знаков. Например, при смещении на 3 знака открытый текст «БАГАЗ» будет преобразован в шифротекст «ДГЖГЙ».

В ходе данной работы были рассмотрены основные этапы развития криптографии, изучены такие способы шифрования, как простейшие моноалфавитные шифры, акростих, литорея, скитала, полиалфавитные шрифты. Прделанная мной работа показала, что шифровать и расшифровывать послания могут даже пятиклассники.

Литература

1. Демпан И.Я., Виленкин Н.Я. За страницами учебника математики: Пособ. для уч. 5-6 кл. –М.:Просвещение, 1989.
2. <http://ciphe.narod.ru/lib/book021/history.htm>
3. <http://farta.livejournal.com/37141.html>
4. http://ru.wikipedia.org/wiki/История_криптографии

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Выгон Р.С.

Научный руководитель: учитель математики Павлюкевич Т.Н.

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение

средняя общеобразовательная школа № 40 г. Томска

e-mail:skolar@tomsk.net

Свое будущее я вижу как будущее программиста. Поэтому мне необходимо познакомиться с системами счисления, которые используются в компьютерной технике, узнать их историю и научиться выполнять арифметические действия в различных системах счисления. Поэтому задачи моей работы: узнать о применении систем счисления, научиться выполнять арифметические действия в различных системах счисления, научиться переводить числа из одной системы счисления в другую, написать программу перевода чисел из одной системы счисления в другую

Система счисления - это определенный способ записи натуральных чисел с помощью цифр. В своей работе, я рассказываю: о двоичной, восьмеричной, шестнадцатеричной, десятичной системах. Привожу метод перевода из десятичной системы счисления в р-ичную, и обратно. Показываю как выполняются арифметические операции в р-ичных системах и привожу таблицы сложения и умножения в двоичной, троичной системах.

Убедившись в трудоёмкости ручного перевода чисел из одной системы счисления в другую, я решил облегчить эту работу, написав программу на языке JavaScript, которая переводит числа из одной системы счисления в другую и назвал её Radix Converter.

Литература

1. Учебное пособие для учащихся 8 класса с углубленным изучением математики Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин и др. Под редакцией Н.Я.Виленкина 5-е издание- М.: Просвещение 2001.
2. За страницами учебника математики: арифметика. Алгебра пособие для учащихся 10-11 класс./ Н.Я.Виленкин, Л.И. Шибасов.- М.:Просвещение 2008.

МЕТОД ИЗВЛЕЧЕНИЯ КОРНЕЙ ВЫСШИХ СТЕПЕНЕЙ ИЗ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КАЛЬКУЛЯТОРА. МЕТОД ПРОВЕРКИ РЕЗУЛЬТАТА ПРОИЗВЕДЕНИЯ И СЛОЖЕНИЯ

Козаченко А.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н Гриншпон Я.С.

Школа №198 ЗАТО Северск

E-mail:oho7nik@yandex.ru

1. Извлечение корня.

Известен метод подбора значения квадратного корня из натурального числа, если известно, что данный корень также является натуральным числом. В данной работе этот метод обобщается на корни высших степеней (в нечётных степенях шанс совпадения больше, в четных возможен выбор). Предложенный метод наиболее прост и эффективен, если корень является двузначным числом.

Доказано, что существуют определённые циклы, благодаря которым можно вычислить возможные комбинации числа, которое возводили в данную степень. Эти циклы можно оформить в виде определённой таблицы. С помощью такой таблицы, а также обращая внимание на последнюю цифру, легко извлекать корни высших степеней.

2. Проверка результата.

Известен метод более быстрой проверки результата долгого вычисления без использования калькулятора. Отклонение от истины, то есть возможность получение неправильного результата при использовании данного метода, может произойти только при нескольких ошибках, сделанных одновременно.

Теория, благодаря которой возникла идея этого метода, имеет доказательство.